

電力市場参加者の行動不確かさを考慮した H_∞ 制御に基づく動的電力価格決定

○大川佳寛 滑川徹（慶應義塾大学/JST CREST）

Dynamic Electricity Pricing via the H_∞ Control Considering Uncertainties in Market Participants' Behavior

*Y. Okawa and T. Namerikawa (Keio Univ./JST CREST)

Abstract— This paper deals with a dynamic pricing based on the H_∞ control considering uncertainties in market participants' behavior. While the dynamic pricing is a decision procedure of electricity price based on power demand and supply by selfish market participants, power consumers and generators, their behavior contains uncertainties. Therefore, the robustness against these uncertainties is required to meet the power demand-supply balance. Then, in this paper, we propose the novel price decision procedure based on the H_∞ control and also show the effectiveness of our proposed price decision method in simulation results.

Key Words: Dynamic pricing, H_∞ control

1 はじめに

近年益々深刻化するエネルギー問題の解決を目的として、電力供給や電力購入先の選択を自由に行うことのできる社会、いわゆる「電力自由化された社会」の実現に向けた様々な取り組みが行われている¹⁾。この電力自由化された社会においては、発電を行う電力供給者だけでなく、電力消費を行う各地域の電力需要家も市場参加者として電力取引に主体的に参加することが可能となる。従って、電力自由化が実現された社会において電力系統を安定して運用するためには、電力網や電力市場を分散的に管理することが必要となる²⁾。

この問題に対し、電力網の物理的制約を考慮して地域別に適切な電力価格を決定する手法は、地域別電力価格決定問題または最適電力潮流問題としてこれまで数多くの研究がなされてきた^{3, 4, 5)}。これに加え近年では、電力需給状況に応じて電力価格を或る一定時間ごとに動的に変化させる動的電力価格決定 (Dynamic Pricing) が、電力需要の平準化だけでなく市場参加者の経済的な利益を増加させる可能性を有することからも非常に多くの注目を集めている。またこの動的電力価格決定において、需要の金銭的満足度を表す効用関数を用いることで、供給者/需要家双方の利益を考慮した電力価格決定手法も提案されている^{6, 7, 8)}。特に文献⁸⁾では、各地域の市場参加者間の情報交換により、電力網の物理的制約を考慮した各地域の電力価格を時刻毎に分散的に決定する手法が提案されている。

一方で、電力市場において各市場参加者は与えられた電力価格に対して必ずしも最適な行動をとるとは限らず、その電力消費/発電行動には不確かさが含まれている。この問題に対し、文献^{9, 10)}では再生可能エネルギー発電量の不確かさに対して、前日市場とリアルタイム市場の二つの異なる時間市場を組み合わせた電力価格の決定手法の提案を行っている。しかしながら、近未来の電力網においてはスマートメーターの普及により、各地域の電力需給情報がリアルタイムで交換される。従って、その情報に基づく ADR などの高速な電力需給調整を実現するためには、市場参加者の行動不確かさに対するロバスト性の確保と地域間の電力潮

流を考慮した各地域の電力需給偏差の低減を同時に達成するような電力価格決定手法が必要である。

そこで本稿では、電力市場参加者の行動不確かさを考慮した H_∞ 制御に基づく動的電力価格決定手法の提案を行う。 H_∞ 制御とは不確かさを有する制御対象に対するロバスト制御手法の一種であり、重み関数を加えた一般化プラントの構築方法により、設計者が所望する制御仕様を満たすような制御器を設計することが可能となる。そこで本稿では、この H_∞ 制御に基づいて電力価格を更新することで、電力市場参加者の行動不確かさに対するロバスト性の確保と各地域の電力需給偏差の低減を両立するような地域別の分散的な動的電力価格決定手法の提案を行う。

次章以降では、まず問題設定において各市場参加者の不確かさを含む利己的な行動モデルについて述べ、更に本稿が対象とする交流電力網に関してもモデル化を行う。次に3章では、電力価格決定問題を H_∞ 制御に基づいて行うために、2章で述べた市場参加参加者の行動モデルと電力潮流方程式に基づく電力価格更新式を状態空間表現を用いて表し、さらにこの状態空間表現に重み関数を加えた一般化プラントの設計と H_∞ 制御器の導出を行う。そして最後に4章では、電気学会東30機系統電力網モデルを対象とした数値シミュレーションより、提案電力価格決定手法の有効性を示す。

2 問題設定

Fig. 1 に電力市場の概念図を示す。本稿では市場参加者として、電力消費を行う需要家、発電を行う供給者および非営利組織である独立系統運用機関 (Independent

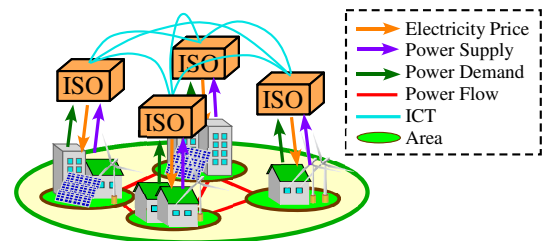


Fig. 1: Electricity market

System Operator : ISO) の 3 種類の参加者を想定する。また本稿が想定する電力網には送電線によって連結した複数の地域が存在し、その各地域に複数の需要家と供給者が属しているものとする。

2.1 市場参加者 (需要家・供給者) の不確かさを含む行動モデル

次に各地域における電力市場参加者 (需要家・供給者) の電力消費/発電行動を不確かさを含めて表現することを考える。ここで L を電力網内に存在する地域数、 $\mathcal{A} = \{1, 2, \dots, L\}$ を各地域番号の集合とすると、電力価格 λ_i に対する地域 i の需要家全体が消費する最適な有効電力 d_i および地域 i の供給者全体が発電する最適な有効電力 s_i はそれぞれ次式のように表わされる⁸⁾。

$$d_i = \arg \max_{d_i^{\min} \leq x \leq d_i^{\max}} v_i(x) - \lambda_i x, \quad i \in \mathcal{A} \quad (1)$$

$$s_i = \arg \max_{s_i^{\min} \leq x \leq s_i^{\max}} \lambda_i x - c_i(x), \quad i \in \mathcal{A} \quad (2)$$

ただし $v_i(x)$ は地域 i の需要家の効用関数、 $c_i(x)$ は地域 i の供給者のコスト関数、 λ_i は地域 i の単位当たりの電力価格であり、また各地域における消費電力量と発電量に関する上下限値をそれぞれ d_i^{\max} , d_i^{\min} および s_i^{\max} , s_i^{\min} とする。

本稿ではこれに加え、各地域における需要家及び供給者の行動における不確かさを表す係数 $\Delta_{d_i} w_{d_i}$, $\Delta_{s_i} w_{s_i}$ を用いて、不確かさを含む各地域の電力需要量 \hat{d}_i および発電量 \hat{s}_i をそれぞれ次式のように表す。

$$\hat{d}_i = (1 + \Delta_{d_i} w_{d_i}) d_i, \quad i \in \mathcal{A} \quad (3)$$

$$\hat{s}_i = (1 + \Delta_{s_i} w_{s_i}) s_i, \quad i \in \mathcal{A} \quad (4)$$

また本稿では各地域の需要家の効用関数 $v_i(x)$ および供給者のコスト関数 $c_i(x)$ についてそれぞれ以下の仮定を置く。ただし $\mu_1 \bar{d}_i$ は地域 i における価格に依存しない電力需要量である。

仮定 1 全ての $i \in \mathcal{A}$ に対して、効用関数 $v_i(x)$ は $C^2[\mu_1 \bar{d}_i, \infty)$ である。

仮定 2 全ての $i \in \mathcal{A}$ に対して、コスト関数 $c_i(x)$ は $C^2[0, \infty)$ である。

2.2 交流電源を用いた電力網モデル

次に電力網モデルについて考える。本稿では Fig. 2 に示すように、電力ネットワーク全体を L 個の複数の地域に分割し、各地域が n_i ($i = 1, 2, \dots, L$) 本の複数の母線を持つような電力網モデルを対象とする。

ここで電力網に対して以下の仮定をおく。

仮定 3 電力網についての仮定

1. 送配電線における抵抗の損失は無視できる。
2. 各母線の電圧は 1 [p.u.] に十分近い。
3. 各母線の電圧位相差は十分に小さいものとする。

この仮定 3 より直流法を用いて線形近似した地域 i から地域 j に流れる有効電力 P_{ij} は次式のようになる。

$$P_{ij} = \sum_{(i_k, j_l) \in \mathcal{N}_{ij}} B_{ikjl} (\theta_{i_k} - \theta_{j_l}) \quad (5)$$

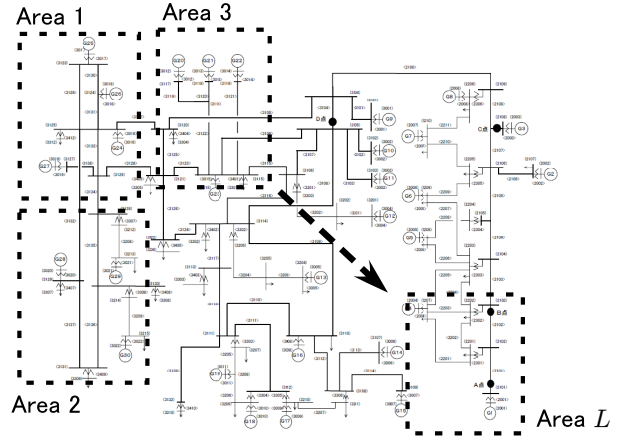


Fig. 2: Power grid model with L areas

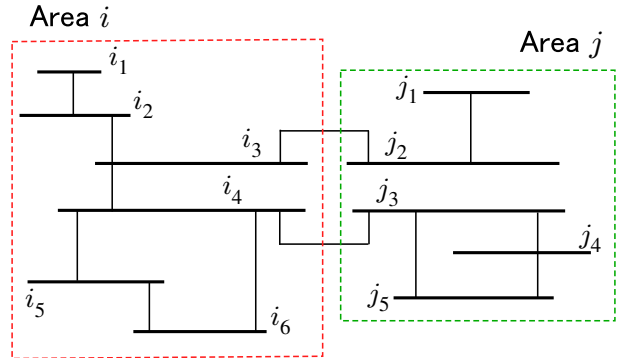


Fig. 3: Area connection between Area i and Area j

ただし、 θ_{i_k} , θ_{j_l} ($k = 1, 2, \dots, n_i$, $l = 1, 2, \dots, n_j$) はそれぞれ母線 i_k および母線 j_l の電圧位相角、 B_{ikjl} は母線 i_k と母線 j_l を結ぶ送電線のアドミタンスの虚数部である。また \mathcal{N}_{ij} は地域 i と地域 j 間で送電線によって連結している母線の集合を表しており、Fig. 3 に示す電力網モデルでは $\mathcal{N}_{ij} = \{(i_3, j_2), (i_4, j_3)\}$ となる。

従って、 \hat{d}_i を地域 i の需要家全体が消費する有効電力、 \hat{s}_i を地域 i の供給者全体が発電する有効電力とし、 \mathcal{A}_i を地域 i に隣接する地域の集合とすれば、地域 i における有効電力に関する潮流方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{s}_i - \hat{d}_i &= \sum_{j \in \mathcal{A}_i} P_{ij} \\ &= \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \sum_{(i_k, j_l) \in \mathcal{N}_{ij}} B_{ikjl} (\theta_{i_k} - \theta_{j_l}), \quad i \in \mathcal{A} \end{aligned} \quad (6)$$

そしてこの式 (6) を全ての地域についてまとめると、電力網全体における有効電力の潮流方程式は次式で表わされる。

$$\hat{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{B}} \boldsymbol{\theta} = \hat{\mathbf{d}} \quad (7)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{s}} = [\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_L]^T \in \mathbb{R}^L$, $\hat{\mathbf{d}} = [\hat{d}_1, \dots, \hat{d}_L]^T \in \mathbb{R}^L$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_{1_1}, \dots, \theta_{1_{n_1}}, \dots, \theta_{L_1}, \dots, \theta_{L_{n_L}}]^T \in \mathbb{R}^N$ ($N := \sum_{i=1}^L n_i$) であり、また $\bar{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{L \times N}$ の各成分は以下のようになる。

$$\bar{\mathbf{B}} := \begin{bmatrix} \bar{B}_{11} & \cdots & \bar{B}_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{B}_{L1} & \cdots & \bar{B}_{LL} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし,

$$\bar{B}_{ij} := \begin{cases} [\bar{B}_{ii_1} \cdots \bar{B}_{ii_{n_i}}] \in \mathbb{R}^{1 \times n_i} & (j = i) \\ [\bar{B}_{ij_1} \cdots \bar{B}_{ij_{n_j}}] \in \mathbb{R}^{1 \times n_j} & (j \neq i, j \in \mathcal{A}_i) \\ \mathbf{0}_{1 \times n_j} & (j \neq i, j \notin \mathcal{A}_i) \end{cases} \quad (9)$$

$$\bar{B}_{ii_k} := - \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \sum_{j_l \in \mathcal{N}_{i_k j}} B_{i_k j_l} \quad (k = 1, 2, \dots, n_i) \quad (10)$$

$$\bar{B}_{ij_l} := \sum_{j_l \in \mathcal{N}_{i_k j}} B_{i_k j_l} \quad (l = 1, 2, \dots, n_j) \quad (11)$$

上式において $\mathcal{N}_{i_k j}$ は地域 i における母線 i_k が接続している隣接地域 j の母線の集合を表しており, Fig. 3 に示す電力網モデルでは以下ようになる.

$$\mathcal{N}_{i_k j} = \begin{cases} \{j_2\} & (k = 3) \\ \{j_3\} & (k = 4) \\ \phi & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (12)$$

一方で各地域の電力価格をまとめたベクトルを $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_L] \in \mathbb{R}^L$, 各地域における母線の電圧位相差についてのコスト関数を $f_{i_k}(\theta_{i_k})$, また地域 i における全母線の電圧位相差をまとめたベクトルを $\theta_i := [\theta_{i_1}, \dots, \theta_{i_{n_i}}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ とすると, 各地域の ISO は以下の最適化問題に基づいて自地域の電圧位相角 θ_i の決定を行う.

$$\theta_i = \arg \max_{\theta_i} \sum_{j=1}^L \lambda_j \bar{B}_{ji} \theta_i - \sum_{k=1}^{n_i} f_{i_k}(\theta_{i_k}) \quad (13)$$

ここで, この電圧位相差の決定に関しては ISO が行うため, その行動に不確かさが無いものとする.

また $f_{i_k}(\theta_{i_k})$ に関して以下の仮定を置く.

仮定 4 全ての $i \in \mathcal{A}$, $k=1, 2, \dots, n_i$ に対して, 電圧位相差に関するコスト関数 $f_{i_k}(\theta_{i_k})$ は $\mathcal{C}^2(-\pi, \pi)$ である.

3 H_∞ 制御に基づく動的電力価格決定

本章では前章で述べた需要家, 供給者の不確かさを含む電力消費/発電行動および ISO 自身が決定した電圧位相差の情報を基に, H_∞ 制御に基づいて電力価格を決定する問題を考える.

3.1 電力価格決定問題に対する状態空間表現

各地域の電力需給偏差に基づいた電力価格の更新を H_∞ 制御を用いて行うために, 前章で述べた市場参加者の行動と電力価格更新を状態空間表現を用いて表すことを考える. ここで, 地域 i の電力価格 $\lambda_i^k \in \mathbb{R}^1$ を状態とし, u_i^k を各地域の電力価格更新に関する入力値, 市場参加者の行動 (3), (4) および ISO による電圧位相決定 (13) より算出される地域 i の電力需給偏差を観測出力 $y_i^k \in \mathbb{R}^1$ とすると, ISO と各市場参加者間の情報交換に基づく電力価格更新式は離散時間の差分方程式として以下のように表すことができる.

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k + u_i^k \quad (14)$$

$$\begin{aligned} y_i^k &= \hat{s}_i^k - \hat{d}_i^k - \sum_{j \in \mathcal{A}_i} P_{ij}^k \\ &= \bar{B}_{ii} \theta_i^k + \hat{s}_i^k - \hat{d}_i^k + \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \bar{B}_{ij} \theta_j^k \end{aligned} \quad (15)$$

一方で, s_i^k, d_i^k をそれぞれ地域 i の不確かさのない発電量, 電力需要量とすると, 前述の式 (1), (2) で述べた市場参加者の行動モデルより次式が成り立つ.

$$s_i^k = \dot{c}_i^{-1}(\lambda_i^k), \quad d_i^k = \dot{v}_i^{-1}(\lambda_i^k) \quad (16)$$

同様に, 式 (13) より地域 i に存在する母線の電圧位相角 θ_i^k に関して次式が成り立つ.

$$\theta_i^k = F_{ii}(\lambda_i^k) + \sum_{j \in \mathcal{A}_i} F_{ji}(\lambda_j^k) \quad (17)$$

ただし,

$$F_{ii}(\lambda_i^k) := [\dot{f}_{i_1}^{-1}(\bar{B}_{ii_1} \lambda_i^k) \cdots \dot{f}_{i_{n_i}}^{-1}(\bar{B}_{ii_{n_i}} \lambda_i^k)]^T \quad (18)$$

$$F_{ji}(\lambda_j^k) := [\dot{f}_{j_1}^{-1}(\bar{B}_{ji_1} \lambda_j^k) \cdots \dot{f}_{j_{n_j}}^{-1}(\bar{B}_{ji_{n_j}} \lambda_j^k)]^T \quad (19)$$

従って, 観測出力に関する式 (15) は以下のようになる.

$$y_i^k = H_i g_i(\lambda_i^k) + w_i^k + v_i^k \quad (20)$$

$$g_i(\lambda_i^k) := [F_{ii}(\lambda_i^k) \quad \dot{c}_i^{-1}(\lambda_i^k) \quad \dot{v}_i^{-1}(\lambda_i^k)]^T \in \mathbb{R}^{n_i+2} \quad (21)$$

$$H_i := [\bar{B}_{ii} \quad 1 \quad -1] \in \mathbb{R}^{1 \times (n_i+2)} \quad (22)$$

ただし $w_i^k \in \mathbb{R}^1, v_i^k \in \mathbb{R}^1$ はそれぞれ次式のようになる.

$$w_i^k := \Delta_{s_i} w_{s_i}^k s_i^k - \Delta_{d_i} w_{d_i}^k d_i^k + \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \bar{B}_{ij} F_{ji}(\lambda_j^k) \quad (23)$$

$$v_i^k := \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \bar{B}_{ij} \theta_j^k \quad (24)$$

3.2 電力価格決定問題における一般化プラントの設計

次に本節では, 所望の制御仕様を満足するような H_∞ 制御器を設計するために, 前節で述べた状態空間表現により表わされる電力価格決定モデル (14), (20) に重み関数を加えた一般化プラントの設計を行うことを考える. 以下に式 (14), (20) で示した電力価格決定問題における状態方程式および観測方程式を再び記述する.

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k + u_i^k \quad (25)$$

$$y_i^k = H_i g_i(\lambda_i^k) + w_i^k + v_i^k \quad (26)$$

3.2.1 テイラー展開による線形化

ここで上記の観測方程式 (26) において, 関数 $g_i(\lambda_i^k)$ は式 (21) より各市場参加者の行動を表す関数の逆関数を用いて表されるが, その各関数は必ずしも線形関数ではなく, 非線形関数である可能性も考慮しなければならない. そこで本稿では, 線形 H_∞ 制御を適用するために非線形関数 $g_i(\lambda_i^k)$ に対してテイラー展開を用いた線形近似を行う. また本稿における提案手法では, この近似を初期電力価格 λ_i^0 まわりで行うものとする. 従って, 線形化した観測関数 $G_i \in \mathbb{R}^{n_i+2}$ は以下のようになる.

$$\begin{aligned} G_i &:= \frac{\partial g_i}{\partial \lambda_i} \Big|_{\lambda_i = \lambda_i^0} \\ &= \left[\frac{\partial F_{ii}(\lambda_i^k)}{\partial \lambda_i} \quad \frac{\partial \dot{c}_i^{-1}(\lambda_i^k)}{\partial \lambda_i} \quad \frac{\partial \dot{v}_i^{-1}(\lambda_i^k)}{\partial \lambda_i} \right] \Big|_{\lambda_i = \lambda_i^0}^T \end{aligned} \quad (27)$$

以上より, $C_i := \mathbf{H}_i \mathbf{G}_i$ とすると, 線形化した電力価格決定問題に対する状態空間表現は次式ようになる.

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k + u_i^k \quad (28)$$

$$y_i^k = C_i \lambda_i^k + w_i^k + v_i^k \quad (29)$$

3.2.2 被制御量 (評価出力) の定義

次に他地域からの電力潮流を考慮した各地域の電力需給一致の達成と各市場参加者の行動不確かさに対するロバスト性の確保を両立するような電力価格の決定を行うために, 電力価格決定問題を混合感度問題として扱うことを考える.

ここで本稿では重み関数 $W_{s_i}(z)$ および $W_{t_i}(z)$ を用いて, 各地域の電力需給の一致に関する評価出力 $z_{1_i}(z)$ および不確かさに対するロバスト性に関する評価出力 $z_{2_i}(z)$ をそれぞれ次式のように設定する.

$$\begin{cases} z_{1_i}(z) = W_{s_i}(z) u_{ws_i}(z) \\ W_{s_i}(z) = C_{ws_i}(z)(z - A_{ws_i}(z))^{-1} B_{ws_i}(z) \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} z_{2_i}(z) = W_{t_i}(z) u_{wt_i}(z) \\ W_{t_i}(z) = C_{wt_i}(z)(z - A_{wt_i}(z))^{-1} B_{wt_i}(z) \end{cases} \quad (31)$$

するとこの時, 上記の二つの重み関数の離散時間状態方程式は以下ようになる.

$$\begin{cases} x_{ws_i}^{k+1} = A_{ws_i} x_{ws_i}^k + B_{ws_i} u_{ws_i}^k \\ z_{1_i}^k = C_{ws_i} x_{ws_i}^k + D_{ws_i} u_{ws_i}^k \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} x_{wt_i}^{k+1} = A_{wt_i} x_{wt_i}^k + B_{wt_i} u_{wt_i}^k \\ z_{2_i}^k = C_{wt_i} x_{wt_i}^k + D_{wt_i} u_{wt_i}^k \end{cases} \quad (33)$$

ただし, $x_{ws_i}^k \in \mathbb{R}^1$ および $x_{wt_i}^k \in \mathbb{R}^1$ はそれぞれ重み関数 W_{s_i} および W_{t_i} の状態である.

また重み関数 $M_i(z)$ を以下のように設定する¹¹⁾.

$$\begin{cases} \bar{y}_i(z) = M_i(z) u_{m_i}(z) \\ M_i(z) = C_{m_i}(z)(z - A_{m_i}(z))^{-1} B_{m_i}(z) \end{cases} \quad (34)$$

$$\text{s. t.} \quad M_i(z) W_{s_i}(z) = \frac{K}{z-1} \quad (35)$$

ただし K は制御ゲインである. この時, $x_{m_i}^k \in \mathbb{R}^1$ を重み関数 M_i の状態とすると, 重み関数 $M_i(z)$ の離散時間状態方程式は以下ようになる.

$$\begin{cases} x_{m_i}^{k+1} = A_{m_i} x_{m_i}^k + B_{m_i} u_{m_i}^k \\ \bar{y}_i^k = C_{m_i} x_{m_i}^k + D_{m_i} u_{m_i}^k \end{cases} \quad (36)$$

3.2.3 一般化プラントの構築

前々節で述べた電力価格決定問題における線形化した離散時間状態方程式 (28), (29) および前節で述べた重み関数の離散時間状態方程式 (32), (33), (36) をまとめることで, Fig. 4 に示す電力価格決定問題に関する一般化プラントを構築することを考える.

ここでそれぞれの重み関数に対する入力 $u_{ws_i}^k, u_{wt_i}^k, u_{m_i}^k$ はそれぞれ以下のように表わされる.

$$u_{ws_i}^k = D_{m_i} C_i \lambda_i^k + C_{m_i} x_{m_i}^k + D_{m_i} w_i^k \quad (37)$$

$$u_{wt_i}^k = C_i \lambda_i^k \quad (38)$$

$$u_{m_i}^k = C_i \lambda_i^k + w_i^k \quad (39)$$

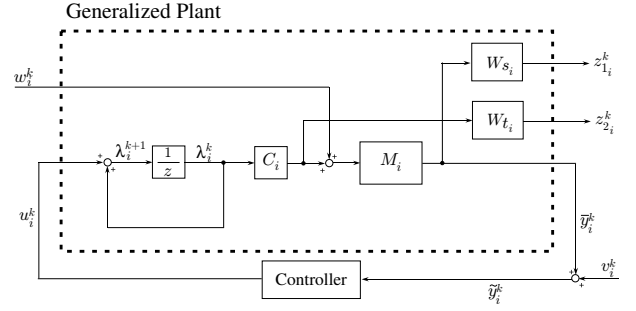


Fig. 4: Generalized plant in price decision problem

従って, これらを式 (32), (33), (36) に代入し, さらに式 (28), (29) と共にまとめると, 重み関数を含めた電力価格決定問題の一般化プラントは次式で表わされる.

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i^k + \mathbf{B}_{1_i} w_i^k + \mathbf{B}_{2_i} u_i^k \quad (40)$$

$$\mathbf{z}_i^k = \mathbf{C}_{1_i} \mathbf{x}_i^k + \mathbf{D}_{11_i} w_i^k + \mathbf{D}_{12_i} u_i^k \quad (41)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_i^k = \mathbf{C}_{2_i} \mathbf{x}_i^k + \mathbf{D}_{21_i} w_i^k \quad (42)$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ B_{ws_i} D_{m_i} C_i & A_{ws_i} & 0 & B_{ws_i} C_{m_i} \\ B_{wt_i} C_i & 0 & A_{wt_i} & 0 \\ B_{m_i} C_i & 0 & 0 & A_{m_i} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

$$\mathbf{B}_{1_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{ws_i} D_{m_i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}, \quad \mathbf{B}_{2_i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$$

$$\mathbf{C}_{1_i} = \begin{bmatrix} D_{ws_i} D_{m_i} C_i & C_{ws_i} & 0 & D_{ws_i} C_{m_i} \\ D_{wt_i} C_i & 0 & C_{wt_i} & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$$

$$\mathbf{D}_{11_i} = \begin{bmatrix} D_{ws_i} D_{m_i} \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}, \quad \mathbf{D}_{12_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$$

$$\mathbf{C}_{2_i} = [D_{m_i} C_i \quad 0 \quad 0 \quad C_{m_i}] \in \mathbb{R}^{1 \times 3}, \quad \mathbf{D}_{21_i} = D_{m_i}$$

ただし $\mathbf{x}_i^k := [\lambda_i^k \ x_{ws_i}^k \ x_{wt_i}^k \ x_{m_i}^k]^T \in \mathbb{R}^4$ であり, $\lambda_i^k \in \mathbb{R}^1$ は各地域の電力価格, $x_{ws_i}^k \in \mathbb{R}^1, x_{wt_i}^k \in \mathbb{R}^1$ および $x_{m_i}^k \in \mathbb{R}^1$ はそれぞれ重み関数 $W_{s_i}(z), W_{t_i}(z)$ および $M_i(z)$ の状態である. また $\bar{\mathbf{y}}_i^k \in \mathbb{R}^1$ は観測出力であり, 評価出力 $\mathbf{z}_i^k \in \mathbb{R}^2$ は $\mathbf{z}_i^k := [z_{1_i}^k \ z_{2_i}^k]^T$ である.

すると, 本稿における H_∞ 制御問題は上記の一般化プラントの伝達関数行列 $G_i(z)$ に対して, 次式を満たすような制御器 $K_i(z)$ を求める問題となる.

$$\|\Phi_i(z)\|_\infty < \gamma_i, \quad \forall i \in \mathcal{A} \quad (43)$$

ただし,

$$\Phi_i(z) := \text{LFT}(G_i(z); K_i(z)) \quad (44)$$

3.3 H_∞ 出力フィードバック制御器の設計

次に前章で述べた一般化プラントに対し, H_∞ 制御器を設計する問題を考える. ここで本稿では動的出力フィードバック制御器を設計するものとし, 制御器 Σ_{c_i} の状態空間表現を以下のようにおく.

$$\mathbf{x}_{c_i}^{k+1} = \mathbf{A}_{c_i} \mathbf{x}_{c_i}^k + \mathbf{B}_{c_i} \bar{\mathbf{y}}_i^k \quad (45)$$

$$u_i^k = \mathbf{C}_{c_i} \mathbf{x}_{c_i}^k + \mathbf{D}_{c_i} \bar{\mathbf{y}}_i^k \quad (46)$$

ただし, $\mathbf{x}_{c_i} \in \mathbb{R}^4$ は制御器の状態, $\tilde{y}_i^k := \tilde{y}_i^k + v_i^k$ である. また上記の制御器のシステム行列 \mathcal{K}_i を以下のように定義する.

$$\mathcal{K}_i := \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c_i} & \mathbf{B}_{c_i} \\ \mathbf{C}_{c_i} & \mathbf{D}_{c_i} \end{bmatrix} \quad (47)$$

3.4 H_∞ 制御に基づく電力価格決定

以上をまとめると H_∞ 制御に基づく電力価格決定アルゴリズムは以下になる.

アルゴリズム 1

Step 0: 制御器の設計

各地域の ISO は自地域の需要家および供給者から事前に報告された (または推定した) 効用関数および費用関数に基づいて重み関数の設定を行い, さらに制御器のシステム行列 \mathcal{K}_i の導出を行う.

Step 1: 初期電力価格の決定

各地域の ISO は単位当たりの電力価格 λ_i^0 を任意に定め, その価格の情報を各需要家と供給者に伝える.

Step 2: 電力消費量, 発電量, 電圧位相差の決定

ISO から伝えられた電力価格 λ_i^k を基に, 地域 $i \in \mathcal{A}$ の需要家および供給者はそれぞれ次式に従って消費量 \hat{d}_i^k , 発電量 \hat{s}_i^k を決定し, その情報を ISO に伝える.

$$\hat{d}_i^k = (1 + \Delta_{d_i} w_{d_i}^k) \left\{ \arg \max_{d_i^{\min} \leq d_i \leq d_i^{\max}} v_i(d_i) - \lambda_i^k d_i \right\} \quad (48)$$

$$\hat{s}_i^k = (1 + \Delta_{s_i} w_{s_i}^k) \left\{ \arg \max_{s_i^{\min} \leq s_i \leq s_i^{\max}} \lambda_i^k s_i - c_i(s_i) \right\} \quad (49)$$

また各地域の ISO は次式に従い各母線の電圧位相差を決定し, 隣接地域にその情報を伝える.

$$\theta_i^k = \arg \max_{\theta_i} \sum_{j=1}^L \lambda_j^k \bar{B}_{ji} \theta_j - \sum_{k=1}^{n_i} f_{i_k}(\theta_{i_k}) \quad (50)$$

Step 3: 電力価格の決定, 更新

各地域の ISO は自身が決定した位相角 θ_i^k と伝えられた電力需要量 \hat{d}_i^k , 発電量 \hat{s}_i^k および隣接地域の位相角 θ_j^k ($j \in \mathcal{A}_i$) より観測量 \tilde{y}_i^k を決定し, 次式に従って制御器の状態 $\mathbf{x}_{c_i}^k$ の更新と入力 u_i^k の決定を行う.

$$\mathbf{x}_{c_i}^{k+1} = \mathbf{A}_{c_i} \mathbf{x}_{c_i}^k + \mathbf{B}_{c_i} \tilde{y}_i^k \quad (51)$$

$$u_i^k = \mathbf{C}_{c_i} \mathbf{x}_{c_i}^k + \mathbf{D}_{c_i} \tilde{y}_i^k \quad (52)$$

ただし,

$$\tilde{y}_i^k := \begin{cases} A_{m_i} \tilde{y}_i^{k-1} + A_{m_i} D_{m_i} r_i^k + (C_{m_i} D_{m_i} - B_{m_i}) r_i^{k-1} + v_i^k & (k > 1) \\ r_i^k + v_i^k & (k = 1) \end{cases} \quad (53)$$

$$r_i^k := \hat{s}_i^k + \bar{B}_{ii} \theta_i^k - \hat{d}_i^k, \quad v_i^k = \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \bar{B}_{ij} \theta_j^k \quad (54)$$

そして式 (52) より決定した入力 u_i^k を用いて次式に従って電力価格の更新を行い, 更新した価格 λ_i^{k+1} を各地域の需要家, 供給者および隣接地域の ISO に伝える.

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k + u_i^k \quad (55)$$

Step 4: 反復

k を $k+1$ として Step 2 へ戻る.

4 シミュレーション検証

本章では, 本稿において提案した H_∞ 制御に基づく電力価格決定手法の有効性を数値シミュレーションにより検証する.

4.1 検証シナリオ

本シミュレーション検証では, Fig. 5 に示す電気学会東 30 機系統モデル¹²⁾ を 4 つの地域に分割した電力網モデルを対象とする. また各地域の詳しいデータを Table 1 に示す. ここで各地域の peak load は東 30 機系統モデル (昼間断面) で定められている各母線の有効電力負荷の値を用いており, その他の地域間をつなぐ送電線の抵抗などのパラメータについても同様にモデルで定められている値を使用した.

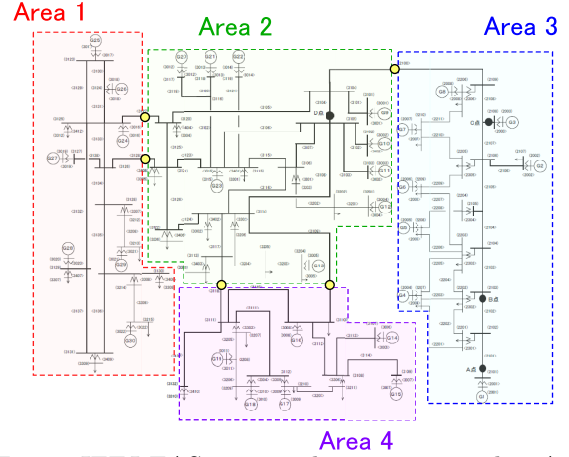


Fig. 5: IEEJ EAST 30-machine system with 4 Areas

Table 1: Area data

| | Area 1 | Area 2 | Area 3 | Area 4 |
|--------------------|--------|-----------|--------|--------|
| peak load [1000MW] | 18.55 | 34.90 | 9.30 | 9.85 |
| number of node | 25 | 37 | 27 | 18 |
| neighbor areas | {2} | {1, 3, 4} | {2} | {2} |

一方で本検証では, 地域 $i \in \mathcal{A}$ の需要家の効用関数 $v_i(d_i)$, 供給者のコスト関数 $c_i(s_i)$ および母線 i_k の電圧位相角 θ_{i_k} の変位に対するコスト関数 $f_{i_k}(\theta_{i_k})$ をそれぞれ仮定 1-3 を満たす関数として以下のようにおく.

$$v_i(d_i) = a_i \mu_2 \log \left(\frac{d_i - \mu_1 \bar{d}_i}{\mu_2} + 1 \right) \quad (56)$$

$$c_i(s_i) = b_i s_i^2 \quad (57)$$

$$f_{i_k}(\theta_{i_k}) = \zeta_{i_k} \theta_{i_k}^2 \quad (58)$$

ただし, 式 (56) において, $\mu_1 \bar{d}_i$ は各地域における価格に依存しない電力消費量である. また各関数内のパラメータ a_i, b_i については文献¹³⁾ と同様に決定した. その他のパラメータに関しては, $\mu_1 = 0.8, \mu_2 = 0.2, \zeta_{i_k} = 1.0 \times 10^{10}, k = 1, 2, \dots, n_i, i \in \mathcal{A}$, また市場参加者の行動不確かさを表す係数はそれぞれ $\Delta_{d_i} = \Delta_{s_i} = 1, w_{d_i}^k \sim N(0, 0.1^2), w_{s_i}^k \sim N(0, 0.1^2)$ とし, 各地域の電力需要量および発電量の上下限值については Table 2 に示すように設定した.

Table 2: Simulation Parameter

| Parameter [unit] | Symbol | Value |
|----------------------|--------------------------|---------------------|
| bound of demand [MW] | d_i^{\min}, d_i^{\max} | $\mu_1 d_i, \infty$ |
| bound of supply [MW] | s_i^{\min}, s_i^{\max} | $0, \infty$ |

4.2 H_∞ 出力フィードバック制御器の設計

本節では H_∞ 出力フィードバック制御器の設計を行う。ここで式 (29) の観測出力方程式についてであるが、式 (56)-(58) より全ての $i \in \mathcal{A}$ について次式が成り立つ。

$$\dot{v}_i^{-1}(\lambda_i) = \mu_1 \bar{d}_i + \mu_2 \frac{a_i}{\lambda_i - 1} \quad (59)$$

$$\dot{c}_i^{-1}(\lambda_i) = \frac{1}{2b_i} \lambda_i \quad (60)$$

$$\dot{f}_{i_k}^{-1}(\bar{B}_{ii_k} \lambda_i) = \frac{\bar{B}_{ii_k}}{2\zeta_{i_k}} \lambda_i \quad (61)$$

上記の各式に対してテイラー展開により線形化近似を行うと、線形化した観測関数 \mathbf{G}_i は以下になる。

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{f_i} & \frac{1}{2b_i} & -\frac{\mu_2 a_i}{(\lambda_i^0 - 1)^2} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n_i+2} \quad (62)$$

$$\mathbf{G}_{f_i} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{B}_{ii_1}}{2\zeta_{i_1}}, \dots, \frac{\bar{B}_{ii_{n_i}}}{2\zeta_{i_{n_i}}} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n_i} \quad (63)$$

従って、 \mathbf{C}_i は以下になる。

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{G}_i = \sum_{k=1}^{n_i} \frac{\bar{B}_{ii_k}^2}{2\zeta_{i_k}} + \frac{1}{2b_i} + \frac{\mu_2 a_i}{(\lambda_i^0 - 1)^2} \quad (64)$$

次に一般化プラントにおける重み関数についてであるが、本シミュレーション検証においては重み関数 $W_{s_i}(z)$, $W_{t_i}(z)$ および $M_i(z)$ をそれぞれ以下のように定めた。

$$\begin{aligned} W_{s_i}(z) &= \frac{1}{z - 0.25}, & W_{t_i}(z) &= \frac{0.5z}{z + 0.4}, \\ M_i(z) &= \frac{z - 0.25}{z - 1} & \forall i \in \mathcal{A} \end{aligned} \quad (65)$$

最後に制御器の各係数行列の決定に関してであるが、本シミュレーションにおいては、上記のパラメータをもとに MATLAB の Robust Control Toolbox を用いて LMI を解くことで各地域における制御器の設計を行った。ここで各制御器は 1 入力 1 出力で、次数は 4 次であり、各 H_∞ ノルム条件 γ_i は $\gamma_i = 1.12$, $\forall i \in \mathcal{A}$ となった。また、導出した各 H_∞ 制御器 $K_i(z)$ に重み関数 $M_i(z)$ を掛けた制御器 $\bar{K}_i(z) := -K_i(z)M_i(z)$ の周波数応答を以下の Fig. 6 に示す。

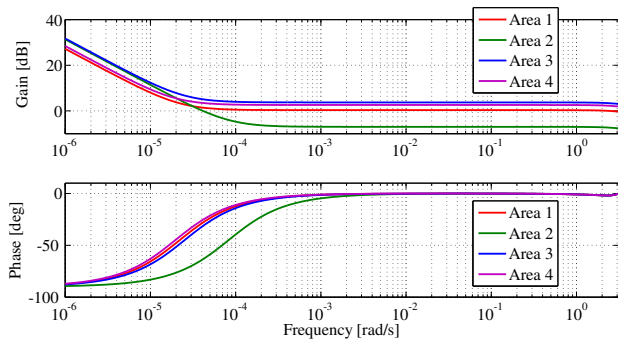


Fig. 6: Bode diagram of controller

4.3 シミュレーション結果

4.3.1 電力需給偏差の低減

Figs. 7-10 にそれぞれ、本稿で提案した H_∞ 制御に基づく電力価格決定手法を用いた場合と、従来の勾配

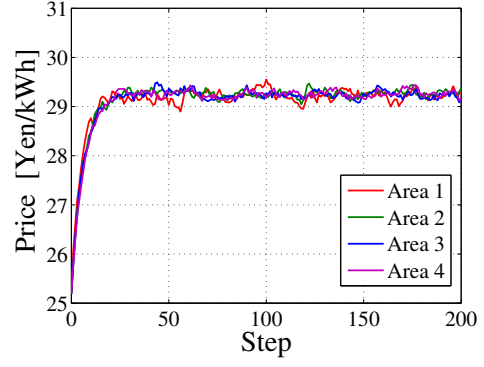


Fig. 7: Price via the H_∞ control

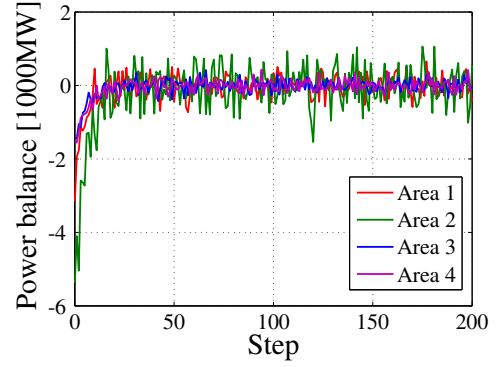


Fig. 8: Power balance via the H_∞ control

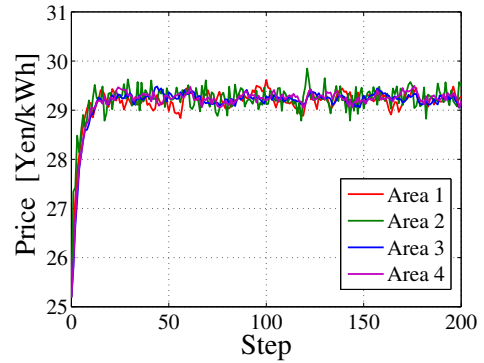


Fig. 9: Price via the gradient method

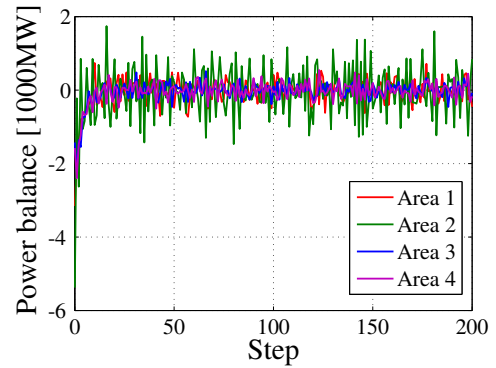


Fig. 10: Power balance via the gradient method

法に基づいた電力価格決定手法⁸⁾を用いた場合における、各地域の電力価格の変動の様子およびそれに伴う各地域の電力需給偏差の結果を示す。ここで勾配法を用いた従来手法において、電力価格の更新は各地域の電力需給偏差で表わされる各ステップにおける勾配に定数のステップ幅を掛けることで行われているため、その結果はP制御を用いた場合の結果と等しくなる。

そしてこれらの結果より、市場参加者の電力消費/発電行動に不確かさが存在した場合、Fig. 7に示す本稿で提案した H_∞ に基づいた電力価格決定手法を用いることで、Fig. 9に示す従来の勾配法による電力価格決定手法を用いた場合に比べ、その振動を抑えることができていくことがわかる。またその結果、Fig. 8とFig. 10を比較すると、提案手法を用いることで各地域の電力需給偏差を低減できていくことがわかる。

この結果をより詳しく比較するために、次式で表わされる電力需給偏差の全ステップ(ステップ数 $n = 200$)における総和 ΔP の値をTable 3に示す。そしてこの結果からも、提案電力価格決定手法を用いることで電力需給偏差の低減を達成していることを確認することができる。

$$\Delta P = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^L |\Delta P_i^k| \quad (66)$$

$$\Delta P_i^k := \hat{s}_i^k + \bar{B}_{ii}\theta_i^k - \hat{d}_i^k + \sum_{j \in \mathcal{A}_i} \bar{B}_{ji}\theta_j^k \quad (67)$$

Table 3: Simulation Results

| | Proposed | Conventional |
|---------------------|----------|--------------|
| ΔP [1000MW] | 232 | 251 |

4.3.2 行動不確かさに対するロバスト性の実現

次に H_∞ 制御に基づく提案手法と勾配法(P制御)を用いた従来手法の電力市場参加者の行動不確かさに対するロバスト性の比較を行う。以下のFig. 11, 12はそれぞれ3種類の異なる大きさの電力市場参加者の行動不確かさ $10w_i^k = (10w_{s_i}^k, 10w_{d_i}^k)$, $5w_i^k = (5w_{s_i}^k, 5w_{d_i}^k)$, $w_i^k = (w_{s_i}^k, w_{d_i}^k)$ が加わった場合における地域2の電力価格の変動の様子を表している。

この結果より、本稿で提案した H_∞ 制御に基づく電力価格決定手法を用いることで、Fig. 11に示すように市場参加者の行動における不確かさが大きい場合でも

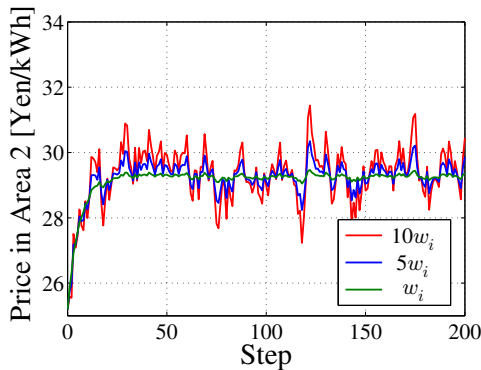


Fig. 11: Price via the H_∞ control with different scale of uncertainties

電力価格の変動を抑えられている。従って、本提案手法が市場参加者の行動不確かさに対してロバストな電力価格決定手法であることを確認することができる。

5 おわりに

本稿では市場参加者の行動不確かさを考慮した H_∞ 制御に基づく動的電力価格決定手法の提案を行った。本提案手法では、まず電力価格決定問題を状態空間表現によって記述し、さらに重み関数などを加えた一般化プラントの設計を行った。そしてこの一般化プラントに対する出力フィードバック制御器の設計を行うことにより、本提案手法は市場参加者の行動に不確かさが存在する場合においても、各地域の電力需給偏差の低減と市場参加者の行動不確かさに対するロバスト性の確保を両立した電力価格決定手法となる。また本稿では、提案手法の有効性の検証として数値シミュレーションを行い、市場参加者の行動に不確かさが存在する場合でも、提案手法を用いることで電力需給偏差の低減と不確かさに対するロバスト性の実現を両立した電力価格の決定が可能となることを示した。

参考文献

- 1) 内田 健康, エネルギーマネジメントシステム: 環境, 社会, 経済システム, 物理システムのインテグレーション, 計測と制御, **53**-1, 2/5 (2014)
- 2) 滑川 徹, 電力市場における最適価格設定法と需給制御, 計測と制御, **53**-1, 12/17 (2014)
- 3) A. Jokic, M. Lazar and P. P. J. van den Bosch, Real-time control of power systems using nodal prices, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, **31**-9, 522/530 (2009)
- 4) J. Warrington, P. Goulart, S. Mariéthoz and M. Morari, A market mechanism for solving multi-period optimal power flow exactly on AC networks with mixed participants *Proc. of 2012 American control conference*, 3101/3107 (2012)
- 5) G. C. Chasparis, A. Rantzer and K. Jörnsten, A Decomposition Approach to Multi-Region Optimal Power Flow in Electricity Networks *Proc. of 2013 European Control Conference*, 3018/3024 (2013)
- 6) P. Samadi, A. Mohsenian-Rad, R. Schober, V. Wong and J. Jatskevich, Optimal real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid, *Proc. of the IEEE International Conference on Smart Grid Communications*, 415/420 (2010)
- 7) M. Roozbehani, M. Dahleh and S. Mitter, Dynamic Pricing and Stabilization of Supply and Demand in Modern Electric Power Grids, *Proc. of the IEEE International Conference on Smart Grid Communications*, 543/548 (2010)

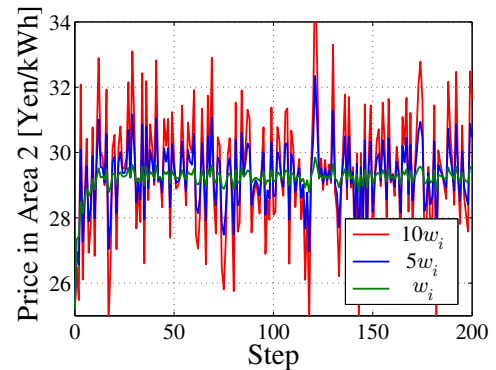


Fig. 12: Price via the gradient method (P control) with different scale of uncertainties

- 8) 大川 佳寛, 祓川 悠, 滑川 徹, “電力潮流を考慮した分散的な動的電力価格決定”, 計測自動制御学会論文集, **50-3**, 674/682 (2014)
- 9) L. Jiang and S. Low, Multi-period optimal energy procurement and demand response in smart grid with uncertain supply, *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 4348/4353 (2011)
- 10) L. Jiang and S. Low, Real-time demand response with uncertain renewable energy in smart grid, *Proc. of the 49th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, 1334/1341 (2011)
- 11) K. Zbou, J. C. Doyle and K. Glover “Robust and Optimal Control”, *Prentice Hall* (1995)
- 12) 電気学会 “東 30 機系統モデル”
<http://www2.iee.or.jp/ver2/pes/index.html>,
2014/09/06
- 13) 大川 佳寛, 滑川 徹, “電力需給バランスと電圧位相角情報に基づく分散的な動的電力価格決定”, 第 1 回制御部門マルチシンポジウム (2014)