



日時:2013年12月2日(火) 16:10～17:10  
 会場:首都大学東京 秋葉原サテライトキャンパス  
 秋葉原ダイビル12階 1202室(会議室C)

## 電気学会 電子・情報・システム部門(C部門) 制御研究会

[委員長]

山本 透(広島大学)

[幹事]

佐藤孝雄(兵庫県立大学), 日高浩一(東京電機大学)

[幹事補佐]

田村健一(首都大学東京)

[テーマ]

制御工学・制御技術の新しい展開

[協賛]

- ・データに基づく適応型スマートシステム調査専門(委員長 水本郁朗, 幹事 中本昌由)
- ・安全制御・故障診断系設計調査専門(委員長 鄧明聰, 幹事 逸見知弘, 幹事補佐 姜長安)
- ・高機能PID制御とそのビジネス環境に関する調査専門(委員長 田中雅人, 幹事 大西義浩)
- ・制御工学・制御技術教育の方法および評価に関する協同研究(委員長 川田和男, 幹事 秋山岳夫)

### “極値探査法の理論と応用”

Theory and Applications of Extremum Seeking Control

大森 浩充(慶應義塾大学)

E-mail: ohm@sd.keio.ac.jp

# OUTLINE OF MY TALK

1. 極値探査法(ES)の簡単な例
2. ES理論の歴史と適用例
3. どのようにして働くか?  
[1]フィルタ解析, [2]平均化法解析, [3]特異擾動解析
4. 応用  
[1]省エネルギーを目的とした極値探査による剛性最適化  
[2-1]スイッチング法による極値探査法  
[2-2]アンチロックブレーキ(内部モデル原理)  
[3]音源方向推定(振幅可変)  
[4]PID パラメータ調整(離散ES)  
[5]最適バイオリアクター

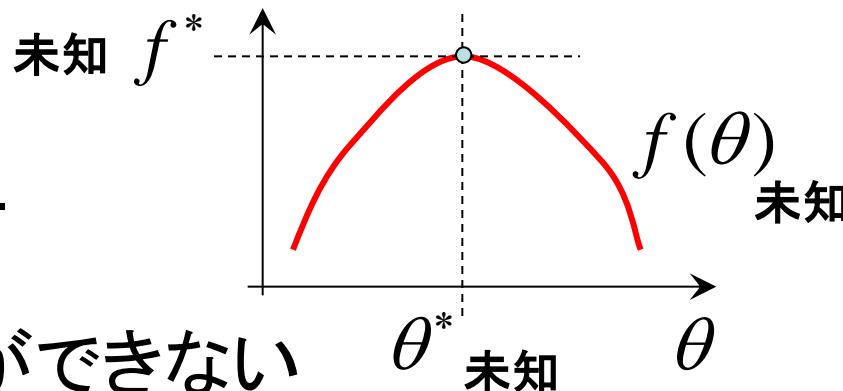
# 1. 極値探査法(ES)の簡単な例

$$y = f(\theta)$$

を最大にしたい。

$f(\cdot)$  が未知

→目標値設定ができない



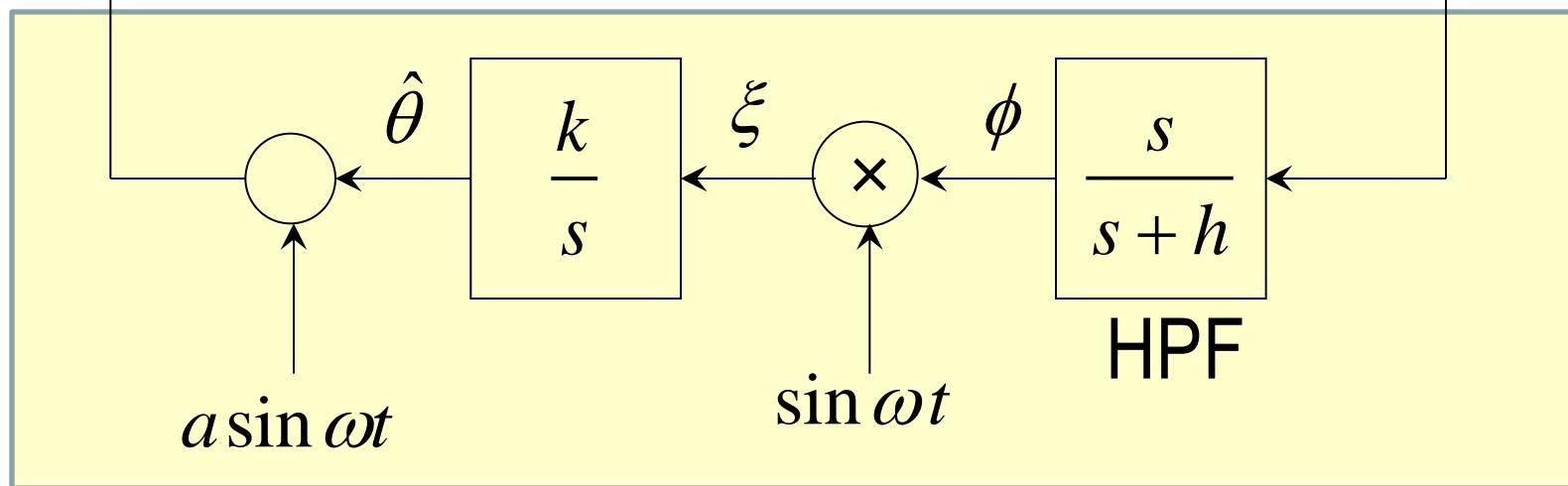
$$f'' < 0$$

(最大値)

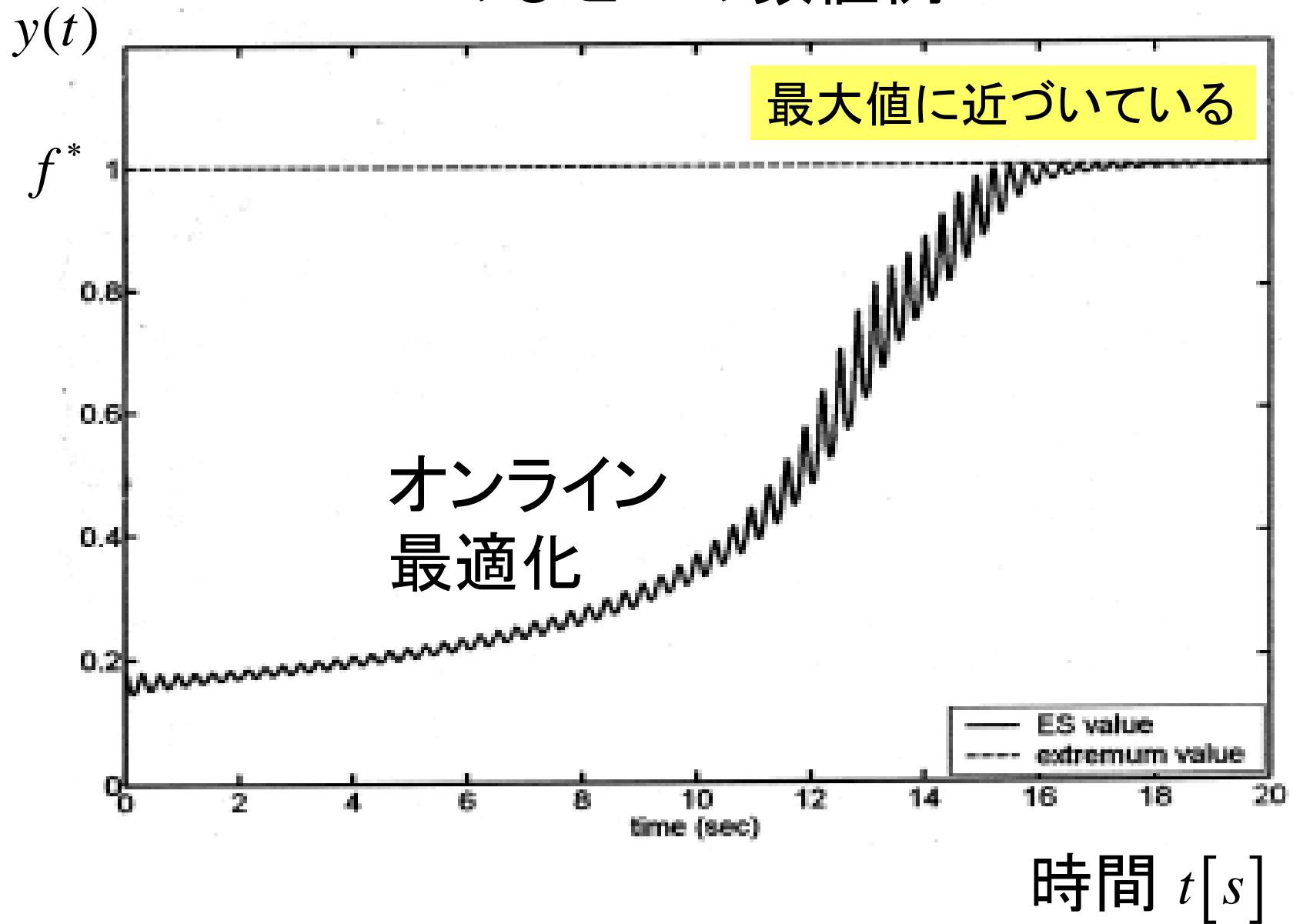
$$\theta \rightarrow \boxed{f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2} (\theta - \theta^*)^2}$$

入手可能

$$y = f(\theta)$$



# ESのひとつの数値例



## 2. ES理論の歴史と適用例

### ESの発展経過

- Leblance(1922; Franch) 鉄道
- Early Russian Literatures(1940's) 多くの論文
- Drapper and Li (1951) SIエンジンのスパークタイミング制御
- Tsien(1954, not control engineer) サイバネティクス
- Feldbaum(1959) “Computers in Automatic Control Systems”
- Blackman(1962) 本
- Wilde(1964) 本
- Chinaev(1969) セルフチューニングシステムのハンドブック
- Late 50'-Early 70': ロシアからの多くの成果
- Meerkov(1967, 1968) Averaging analysis, first closed loop analyze
- Sternby(1980) Survey paper, “*Extremum control systems: an area for adaptive control?*”, Joint ACC, 1980, WA2-A.
- Aström and Wittenmark(1995) in Book “Adaptive Control”, rates ES as one of *the most promising areas for adaptive control*.

- Krstic and Wang (2000, Automatica) stability proof of Single Parameter ES by using averaging theory.
- Ariyur, ES in discrete time 離散時間系
- Ariyur; Ohmori, IMC for parameter changes
- Kristic, Limit cycle minimization via ES
- Kristic, Performance improvement of ES
- Rotea; Walsh; Ariyur, Multi-parameter ES
- Ariyur, Slop seeking
- Tan, Nesić, Mareels(2005), Semi-global stability of ES.
- Other Approaches:
  - Guay, Dochain, Tirica, and Coworkers
  - Zak, Ozguner, and and Coworkers (sliding mode)
  - Banavar, Chichka, Speyer
  - Popvic, Teel (flight formation)
  - Ohmori (Time-delay)

## ESの応用例

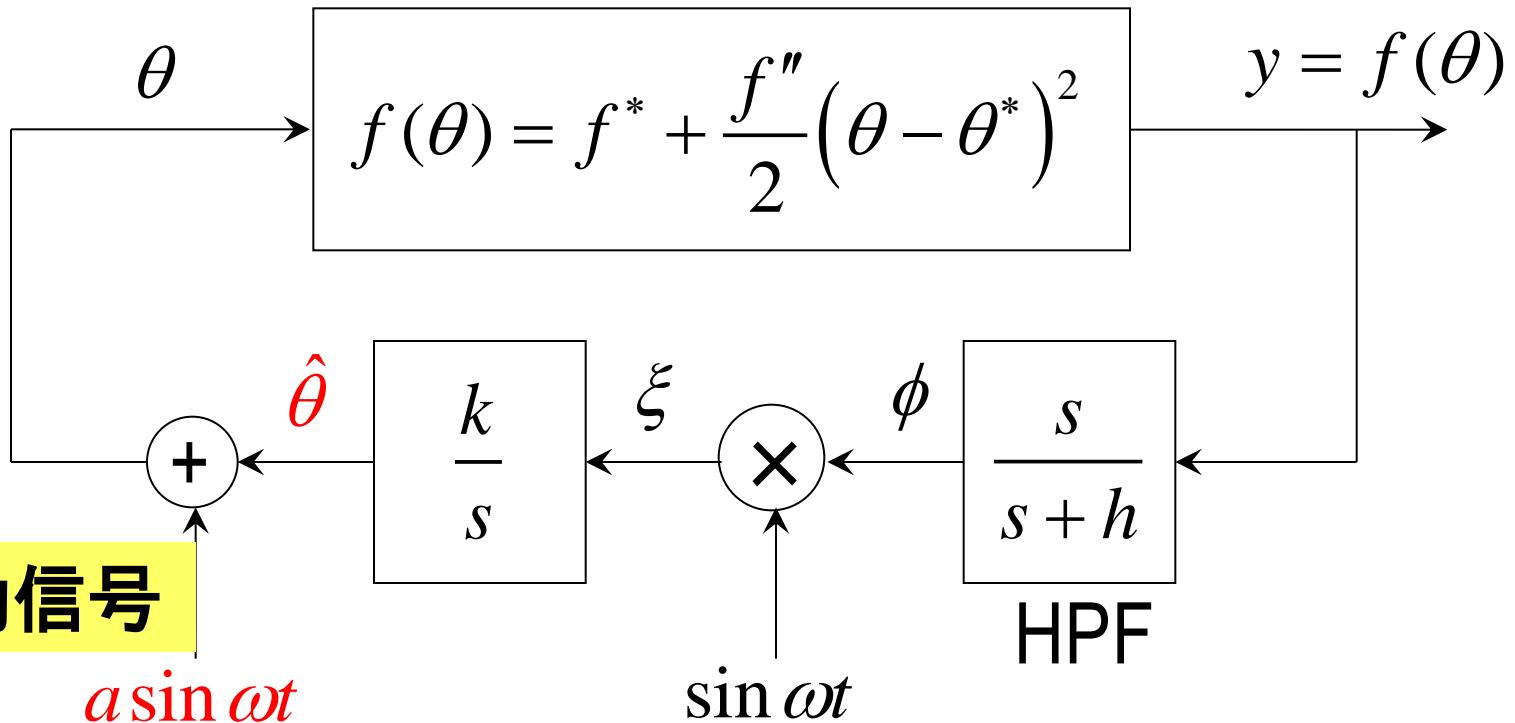
- ・ 制御弁(ミシガン大学, Peterson and Stephanopoulou)
- ・ 人工心臓(カーネギーメロン大学, Antaki and Paden)
- ・ エクスサイズ機械, 福祉(Zhang and Dawson)
- ・ ガソリン精製(many)
- ・ ハードディスク装置(UCSD(Univ. of California, San Diego))
- ・ アンチロックブレーキ(Ariyur; Ohmori)
- ・ ジェットエンジンのコンプレッサの不安定化解消(Kristic, Ariyur)
- ・ 燃焼系の不安定化解消(Banaszuk)
- ・ ディフューザー (Banaszuk)
- ・ 熱音響冷凍機(Rotea)
- ・ 粒子加速器におけるビームマッチング(Schuster)
- ・ フォーメーションフライト(編隊飛行) (Ariyur, Popvic, Teel)
- ・ PIDチューニング(Killingsworth)
- ・ 自動運転走行(Kristic)
- ・ バイオリアクター(Krstic; Ohmori)

Edited by Chen, Sun, Shen, and, Ohmori, “Advance Robust and Adaptive Control Theory and Applications”, Springer. 2004.

- (1) Kartik B. Ariyur, Miroslav Krstic, “Real-time Optimaizatin by Extremum-Seeking Control,” Wiley, 2003.
- (2) IEEE Control System Magazine, Feb. 2006
- (3) Shu-Jun Liu and Miroslav Krstic, “Stochastic Averaging and Stochastic Extremum Seeking, Communications and Control Engineering,” Springer-Verlag London 2012.
- (4) Chunlei Zhang, Raúl Ordóñez , “Extremum-Seeking Control and Applications: A Numerical Optimization-Based Approach (Advances in Industrial Control),” Advances in Industrial Control, Springer-Verlag London Limited 2012.
  - antilock brake system
  - semiconductor plasma-processing chamber
  - co-ordinated control of a swarm of agents

### 3. どのようにして働くか？

#### [1] フィルタ理論による解析



**摂動信号**

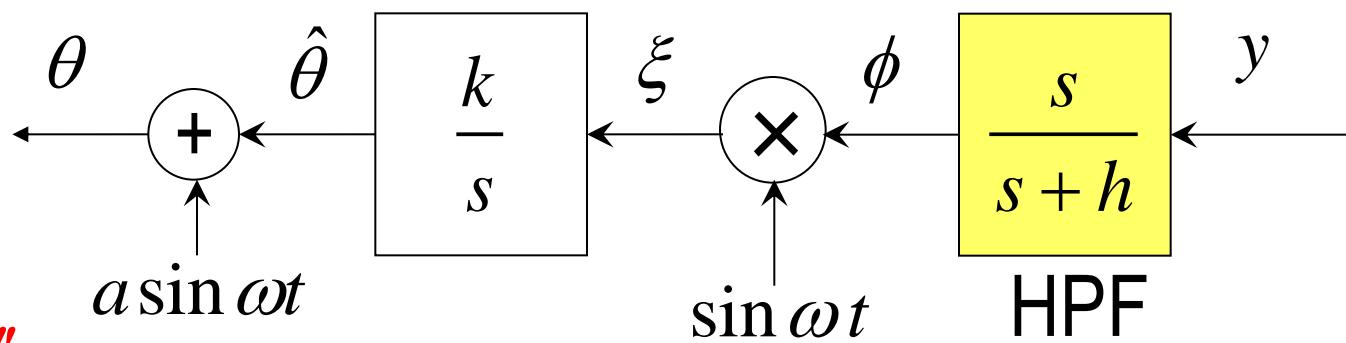
$$a \sin \omega t$$

$$y = f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2}(\theta - \theta^*)^2 = f^* + \frac{f''}{2}(a \sin \omega t + \hat{\theta} - \theta^*)^2$$

$$= f^* + \frac{f''}{2}(a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2$$

$$\theta = a \sin \omega t + \hat{\theta}$$

$$\tilde{\theta} := -\hat{\theta} + \theta^* \quad 9$$



$$y = f^* + \frac{f''}{2} (a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2$$

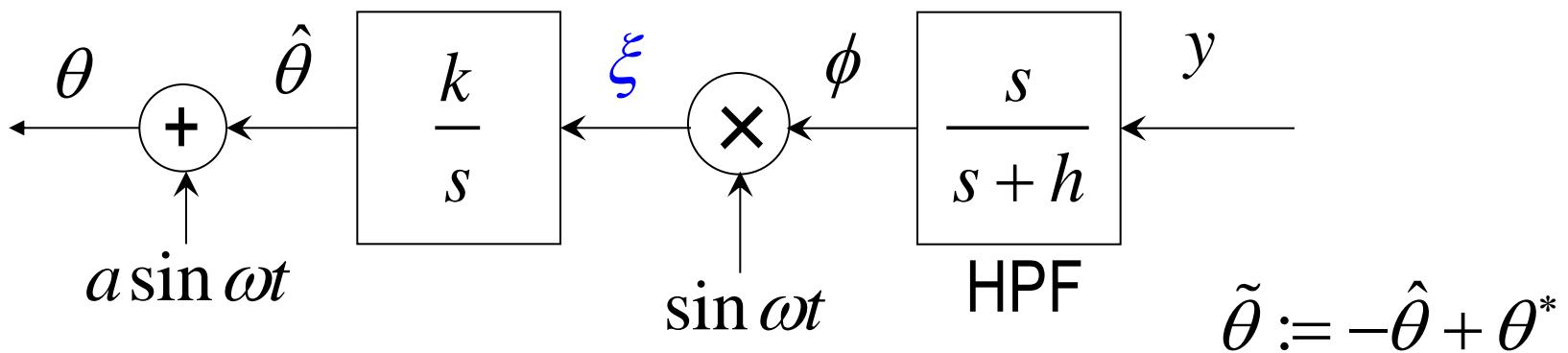
ロカル解析

$$= f^* + \frac{f''}{2} \left[ a^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) - 2a \sin \omega t \cdot \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^2 \right]$$

$$\phi = \frac{s}{s+h} [y] = \frac{f'' a^2}{4} \cos 2\omega t - f'' a \sin \omega t \tilde{\theta} \quad \because \text{HPF}$$

$$\xi = \phi \cdot \sin \omega t = -\frac{f'' a^2}{4} \sin \omega t \cos 2\omega t - f'' a \sin^2 \omega t \cdot \tilde{\theta}$$

$$= -\frac{f'' a^2}{4} \frac{\sin \omega t - \sin 3\omega t}{2} - f'' a \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \cdot \tilde{\theta}$$



$$\xi = -\frac{f''a^2}{4} \frac{\sin \omega t - \sin 3\omega t}{2} - f''a \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \tilde{\theta}$$

これが  
取り出せた

$$= -\frac{f''a^2}{8} (\sin \omega t - \sin 3\omega t) + \frac{f''a}{2} \tilde{\theta} (\cos 2\omega t) - \frac{f''a}{2} \tilde{\theta}$$

Integratorによって減衰する高周波数成分

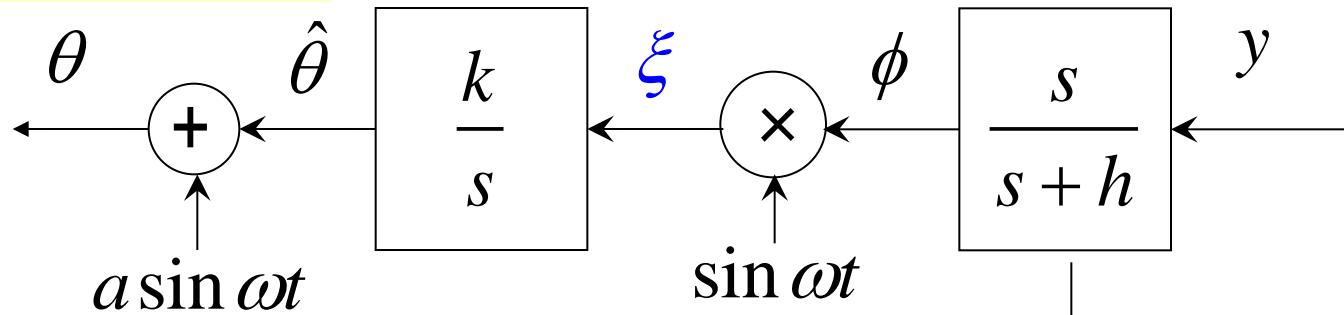
$$\tilde{\theta} := -\hat{\theta} + \theta^* \rightarrow \dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} + \dot{\theta}^* = -\dot{\hat{\theta}} = -k\xi = -\frac{k|f''|a}{2} \tilde{\theta}$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\frac{k|f''|a}{2} \tilde{\theta}$$

$$\rightarrow \tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta} \rightarrow 0 \quad f'' < 0$$

$$\theta = a \sin \omega t + \hat{\theta} \rightarrow \underline{a \sin \omega t} + \theta_*$$

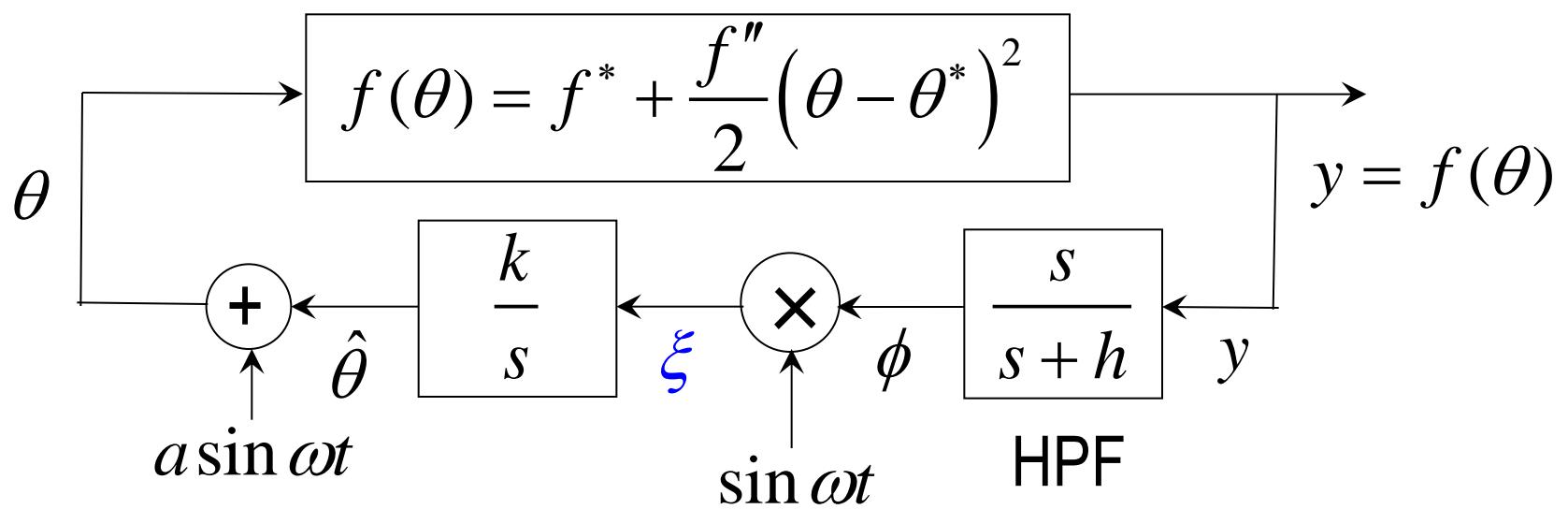
## [2] 平均化法解析



$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\theta} := -\hat{\theta} + \theta^* \\ e := f^* - \frac{h}{s+h}[y] \end{array} \right. \xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} = -k\xi = -k \cdot \phi \cdot \sin \omega t \\ (s+h)e = (s+h)f^* - hy \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{\theta}} = -k \left[ \frac{s}{s+h}[y] \right] \cdot \sin \omega t \\ \dot{e} = h(-e + f^* - y) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\quad} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{\theta}} = -k \left[ y - \frac{h}{s+h}[y] \right] \cdot \sin \omega t = -k \left[ y + e - f^* \right] \cdot \sin \omega t \\ \dot{e} = h(-e + f^* - y) \end{array} \right. = k(-e + f^* - y)$$



$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}} = k(-e + f^* - y) \cdot \sin \omega t \\ \dot{e} = h(-e + f^* - y) \end{cases}$$

$\downarrow$

$$y = f^* + \frac{f''}{2}(a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2$$

非線形・時変系

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}} = -k \left( e + \frac{f''}{2}(a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2 \right) \cdot \sin \omega t \\ \dot{e} = -h \left( e + \frac{f''}{2}(a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2 \right) \end{cases}$$

# 非線形・時変系

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}} = -k \left( e + \frac{f''}{2} (a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2 \right) \cdot \sin \omega t \\ \dot{e} = -h \left( e + \frac{f''}{2} (a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2 \right) \end{cases}$$

$$\tau = \omega t$$

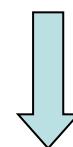


$$d\tau = \omega dt$$

$$\frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{d\tau}$$

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\theta}}{d\tau} = -\frac{k}{\omega} \left( e + \frac{f''}{2} (a \sin \tau - \tilde{\theta})^2 \right) \cdot \sin \tau \\ \frac{de}{d\tau} = -\frac{h}{\omega} \left( e + \frac{f''}{2} (a \sin \tau - \tilde{\theta})^2 \right) \end{cases}$$

1周期積分すると  
(平均化法)



$$\frac{dx}{d\tau} = f(x, \tau) \rightarrow \frac{dx_{av}}{d\tau} = \frac{1}{T} \int_0^T f(x, \tau) d\tau$$

# 平均化システム

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\theta}_{av}}{d\tau} = -\frac{|f''|ka}{2\omega} \tilde{\theta}_{av} \\ \frac{de_{av}}{d\tau} = -\frac{h}{\omega} \left( e_{av} + \frac{f''}{2} \left( \tilde{\theta}_{av}^2 + \frac{a^2}{2} \right) \right) \end{cases} \xrightarrow{\text{平衡点の計算}} \begin{cases} \tilde{\theta}_{av} = 0 \\ e_{av} = -\frac{a^2 f''}{4} \end{cases}$$



平衡点回りでのJacobian

$$J_{av} := \begin{bmatrix} -\frac{|f''|ka}{2\omega} & 0 \\ 0 & -\frac{h}{\omega} \end{bmatrix}$$

局所安定性の条件

$$k, a, h > 0$$

$$\left| \tilde{\theta}_{av} \right| + \left| e_{av} + \frac{a^2 f''}{4} \right| \leq O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

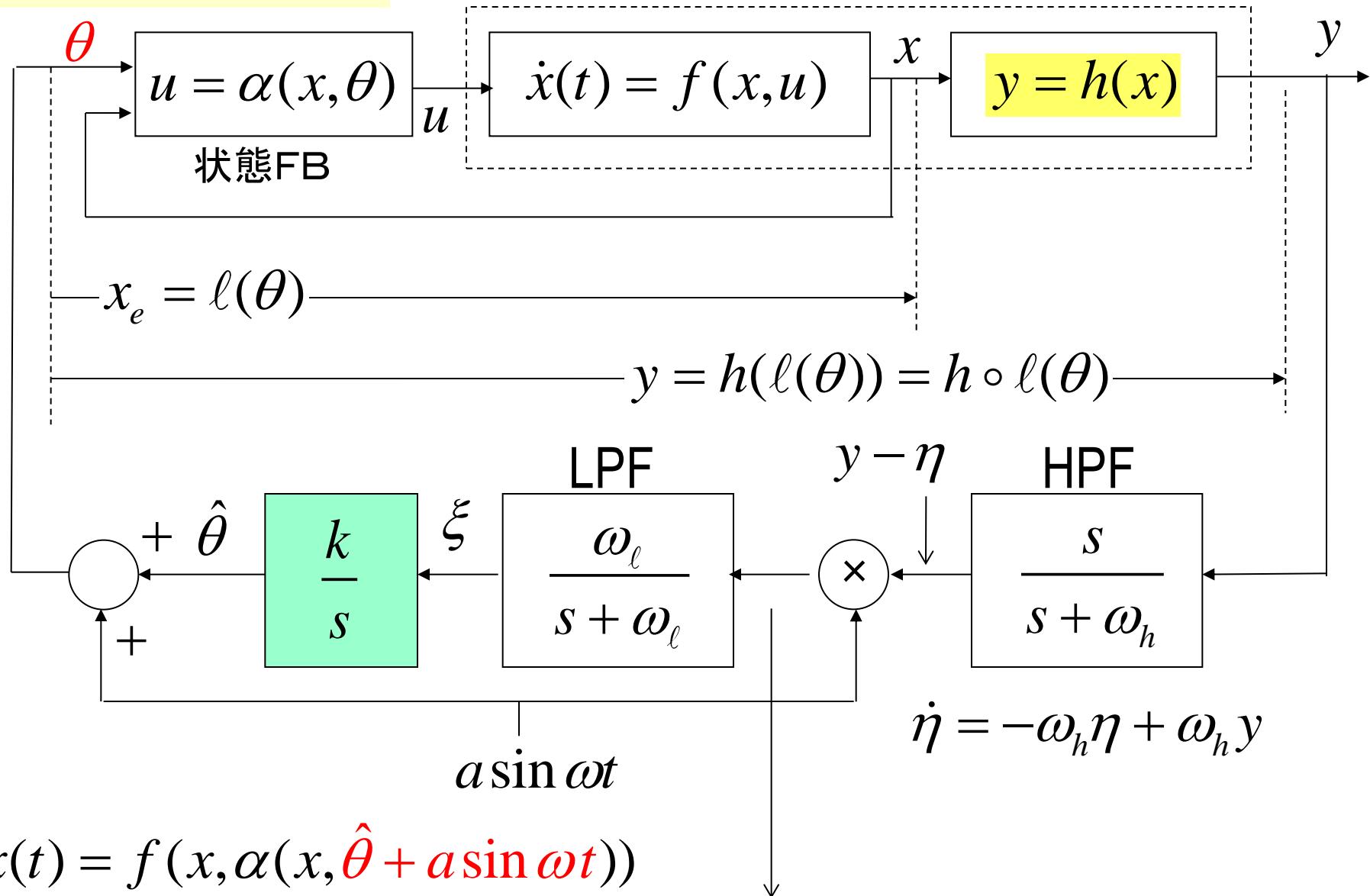
$$(y - f^*) \rightarrow f'' \cdot O\left(\frac{1 + a^2 \omega^2}{\omega^2}\right)$$

定義

$$f(t) = O(g(t)) \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \left| \frac{f(t)}{g(t)} \right| < \infty$$

### [3] 特異擾動解析

動的システム



$$\dot{x}(t) = f(x, \alpha(x, \hat{\theta} + a \sin \omega t))$$

$$\dot{\hat{\theta}} = k \xi$$

$$\dot{\xi} = -\omega_\ell \xi + \omega_\ell [(y - \eta) a \sin \omega t]$$

$$\left\{
\begin{array}{l}
\dot{x}(t) = f(x, \alpha(x, \hat{\theta} + a \sin \omega t)) \\
\dot{\hat{\theta}} = k \xi \\
\dot{\xi} = -\omega_\ell \xi + \omega_\ell [(y - \eta) a \sin \omega t] \\
\dot{\eta} = -\omega_h \eta + \omega_h y
\end{array}
\right.$$

$y = h(x)$  y = h(x)  
 $\hat{\theta} := \hat{\theta} - \theta^*$   $\hat{\theta} := \hat{\theta} - \theta^*$   $\hat{\theta} = k \xi$   
 $\dot{\eta} = -\omega_h \tilde{\eta} + \omega_h [y - h \circ \ell(\theta^*)]$   
 $\tilde{\eta}(t) := \eta - h \circ \ell(\theta^*)$   
 $\omega_\ell := \omega \delta \omega_L, \omega_h := \omega \delta \omega_H, k := \omega \delta K$

$\tau = \omega t$   $\tau = \omega t$   
 $\omega \cdot d/d\tau = d/dt$   $\omega \cdot d/d\tau = d/dt$

$\omega \frac{dx}{d\tau} = f(x, \alpha(x, \theta^* + \tilde{\theta} + a \sin \tau))$   
 $\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \xi \\ \tilde{\eta} \end{bmatrix} = \delta \begin{bmatrix} K \xi \\ -\omega_L \xi + \omega_L [h(x) - h \circ \ell(\theta^*) - \tilde{\eta}] a \sin \tau \\ -\omega_H \tilde{\eta} + \omega_H [h(x) - h \circ \ell(\theta^*)] \end{bmatrix}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega \frac{dx}{d\tau} = f(x, \alpha(x, \theta^* + \tilde{\theta} + a \sin \tau)) \\ \frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ \xi \\ \tilde{\eta} \end{bmatrix} = \delta \begin{bmatrix} K\xi \\ -\omega_L \xi + \omega_L [h(x) - h \circ \ell(\theta^*) - \tilde{\eta}] a \sin \tau \\ -\omega_H \tilde{\eta} + \omega_H [h(x) - h \circ \ell(\theta^*)] \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$z := \begin{bmatrix} \tilde{\theta} & \xi & \tilde{\eta} \end{bmatrix}^T \quad \frac{dz}{d\tau} = \delta G(\tau, x, z)$$

$$\tilde{z} := z - \bar{z}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{d\tilde{z}}{d\tau} = \delta \tilde{G}(\tau, x, \tilde{z})$$

指数安定な周期解  $\bar{z}$  をもつ

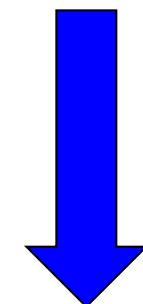
$$\frac{d\bar{z}}{d\tau} = \delta G(\tau, x_e, \bar{z})$$

$$x_e = \ell(\theta^* + \tilde{\theta} + a \sin \tau)$$

$$\textcircled{1} \quad \omega \frac{dx}{d\tau} = \tilde{F}(\tau, x, \tilde{z}) \quad \text{ただし, } \tilde{G}(\tau, x, \tilde{z}) = G(\tau, x, \tilde{z} + \bar{z}) - G(\tau, x_e, \bar{z})$$

$$\text{ただし, } \tilde{F}(\tau, x, \tilde{z}) = f(x, \alpha(x, \theta^* + \tilde{z}_1 + \bar{\theta} + a \sin \tau))$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \omega \frac{dx}{d\tau} = \tilde{F}(\tau, x, \tilde{z}) &\xrightarrow{\text{境界層モデル}} \frac{dx}{dt} = \tilde{F}(\tau, x_b + \bar{x}, \tilde{z}) \\ \textcircled{2} \quad \frac{d\tilde{z}}{d\tau} = \delta \tilde{G}(\tau, x, \tilde{z}) &\xrightarrow{\text{縮小モデル}} \frac{d\tilde{z}_r}{d\tau} = \delta \tilde{G}(\tau, x, \tilde{z}_r + \bar{z}) \end{aligned}$$



**Tikhonov's Theorem on the infinite interval**

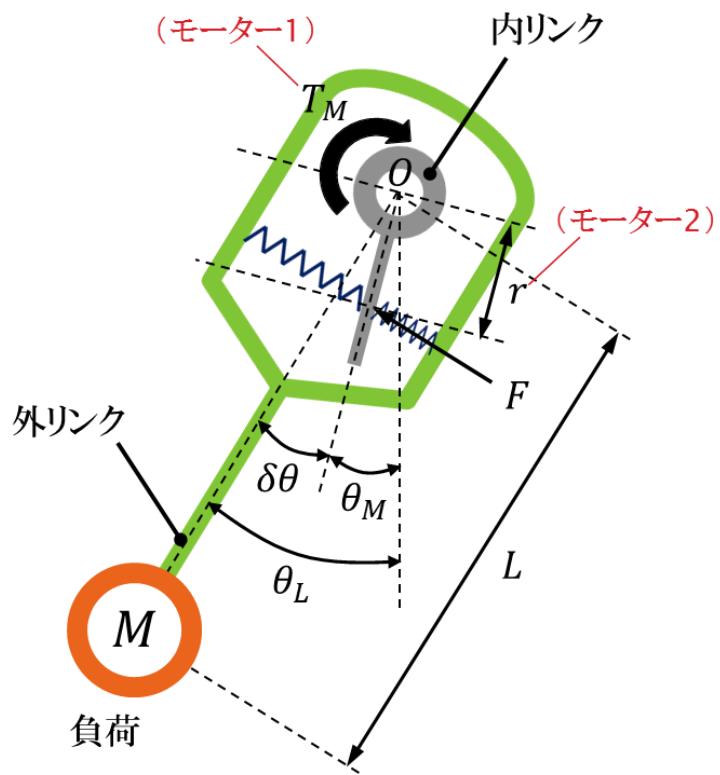
$$(x(t), \hat{\theta}(t), \xi(t), \eta(t)) \rightarrow B_{O(\omega+\delta+a)}(\ell(\theta^*), \theta^*, 0, h \circ \ell(\theta^*))$$

$$y(t) = h(x(t)) \downarrow \quad \text{指数収束}$$

$$y(t) \rightarrow B_{O(\omega+\delta+a)}(h \circ \ell(\theta^*))$$

**指数収束**

# 応用[1] 省エネルギーを目的とした極値探査による剛性最適化



AwAS(可変剛性アクチュエータ) (1/2)

弾性要素によって内リンクに発生する力

$$F = 2K_s r \sin \delta\theta$$

( $K_s$ : 取り付けられているバネの弾性定数)

これによって発生するトルク

$$T = Fr \cos \delta\theta = 2K_s r^2 \sin \delta\theta \cos \delta\theta$$

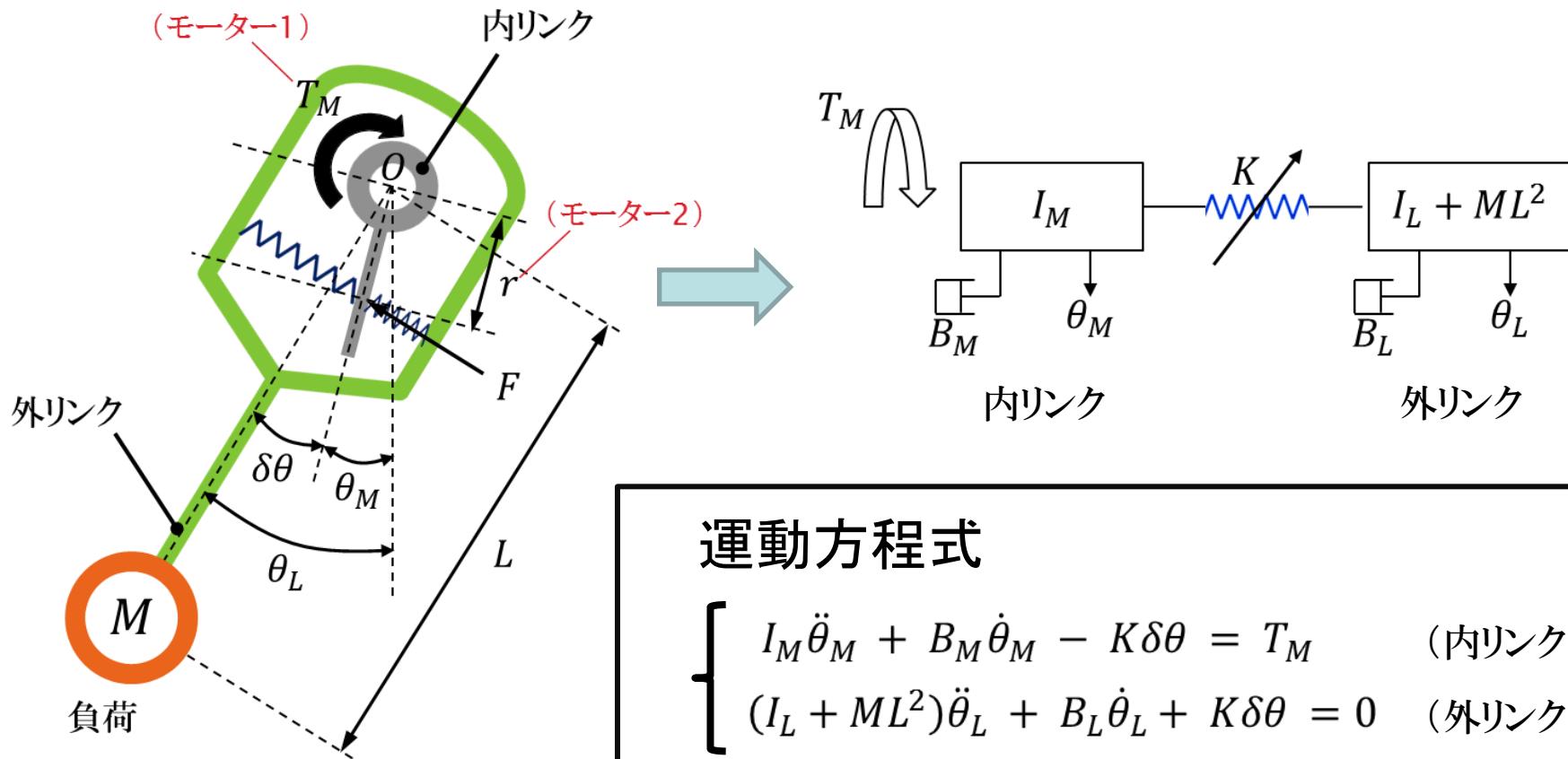
これを角度変位で偏微分して

$$K = \frac{\partial T}{\partial(\delta\theta)} = 2K_s r^2 (2 \cos^2 \delta\theta - 1) \geq 0$$

→  $r$  によって剛性を変えることができる

記号	説明
$T_M$	モーター1によるトルク
$r$	回転の中心Oから弾性要素までの距離
$L$	中心Oから負荷までの距離

## AwAS(可変剛性アクチュエータ) (2/2)



### 運動方程式

$$\begin{cases} I_M \ddot{\theta}_M + B_M \dot{\theta}_M - K\delta\theta = T_M & (\text{内リンク}) \\ (I_L + ML^2)\ddot{\theta}_L + B_L \dot{\theta}_L + K\delta\theta = 0 & (\text{外リンク}) \end{cases}$$

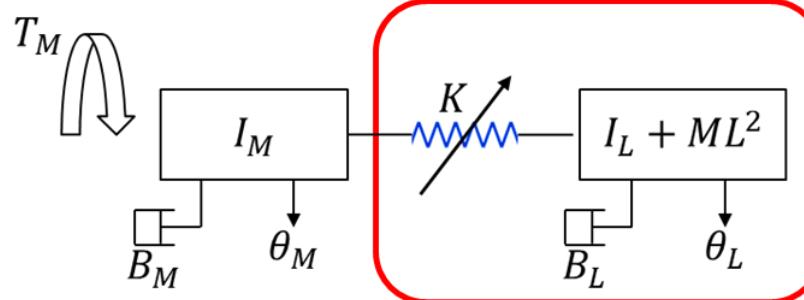
ただし、

$$\delta\theta = \theta_L - \theta_M$$

$$K = 2K_s r^2 (2 \cos^2 \delta\theta - 1)$$

# オフライン法(事前計算が必要)

## 最適剛性値 $K_d$ の算出



AwASの固有周波数 (ただし、 $B_L = 0$  とする)

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{(I_L + ML^2)}} \quad \longrightarrow \quad K_d = 4\pi^2 f^2 (I_L + ML^2) \quad - \quad ①$$

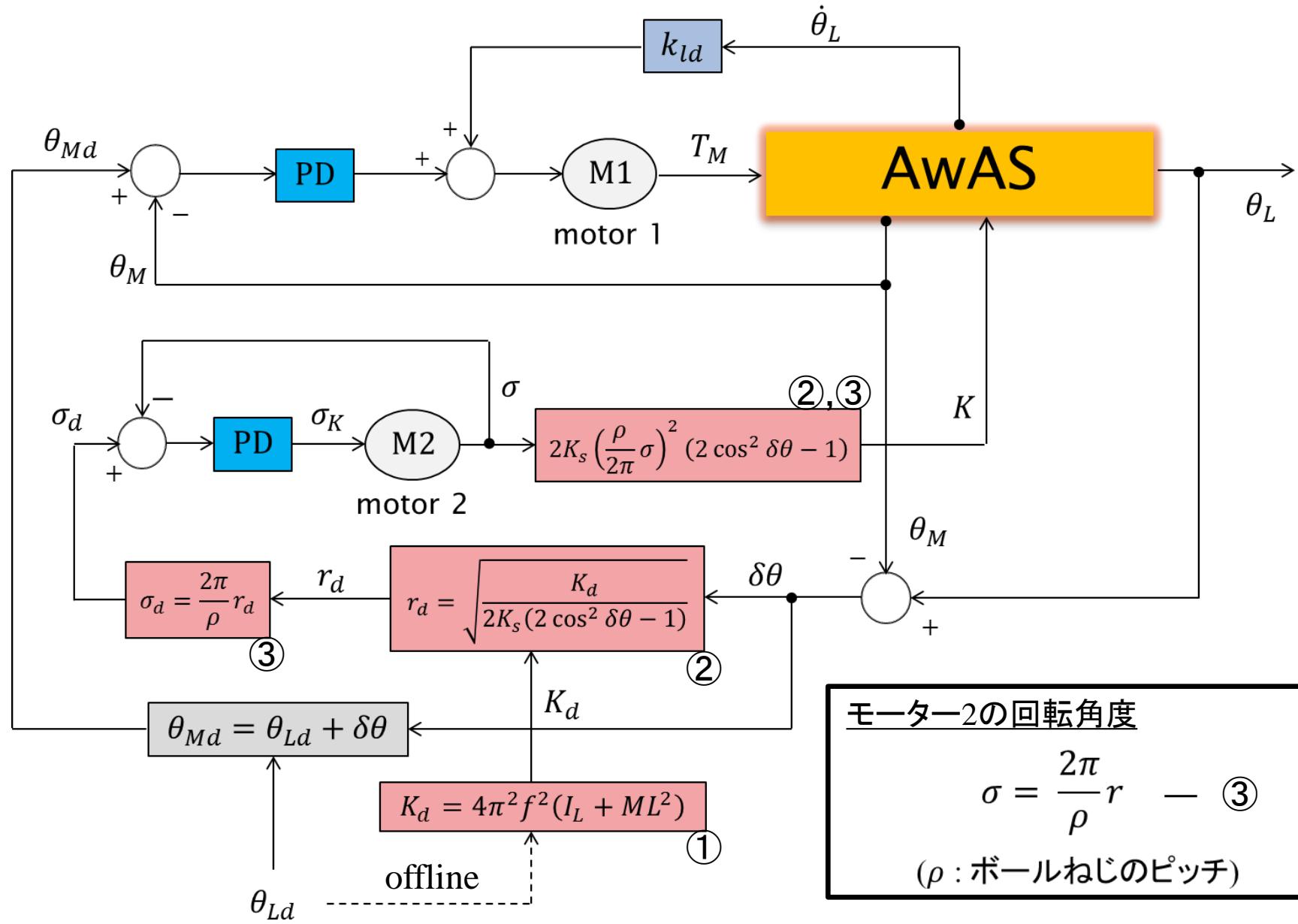
この式より、 $f_n = f$  (目標運動の周波数)となる  $K$  を求める。

↓ 代入

## $K_d$ を用いて $r_d$ を計算

$$K = 2K_s r^2 (2 \cos^2 \delta\theta - 1) \quad \longrightarrow \quad r_d = \sqrt{\frac{K_d}{2K_s(2 \cos^2 \delta\theta - 1)}} \quad - \quad ②$$

# 従来システムの概略図

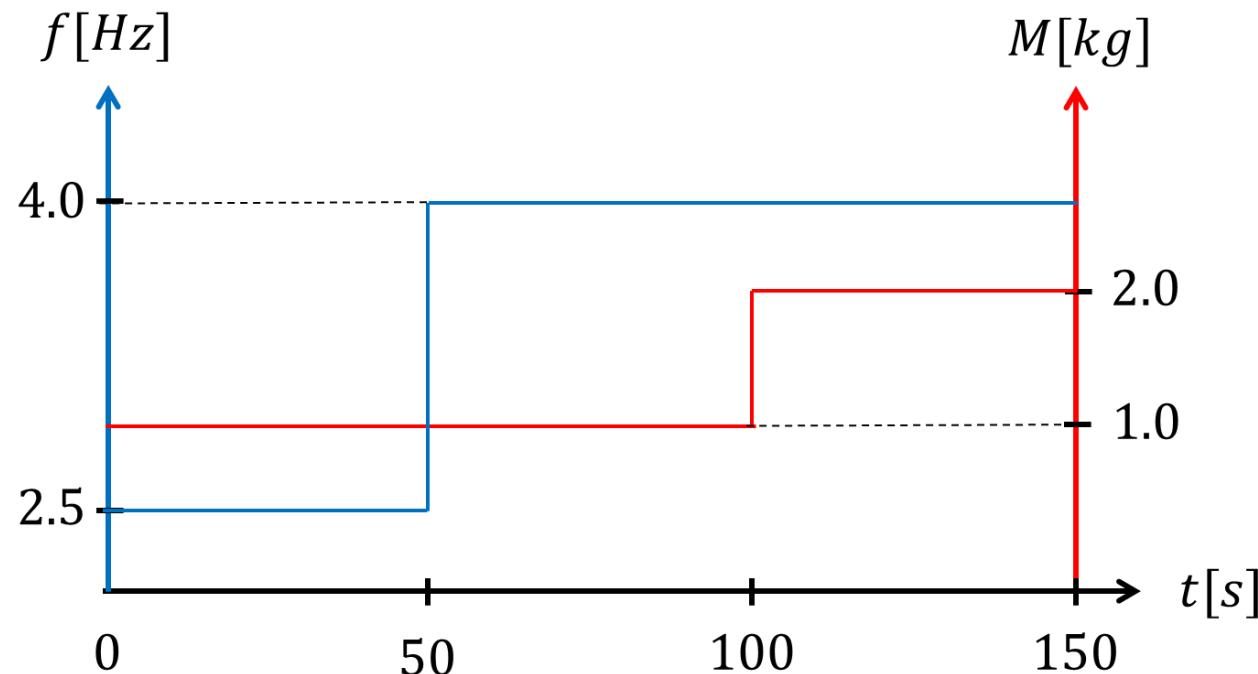
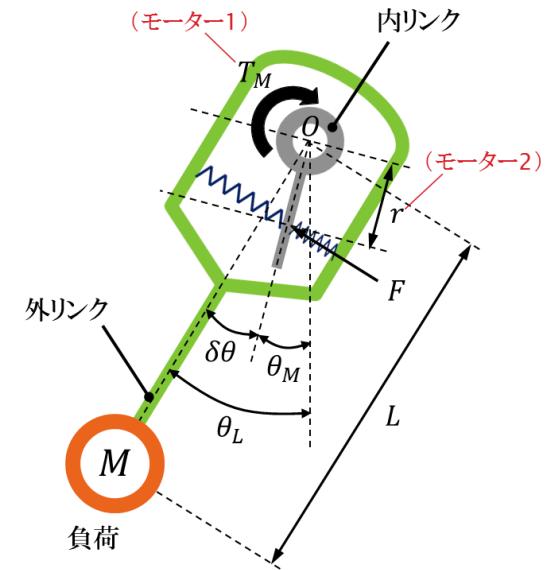


# 数値シミュレーション結果 (1/3)

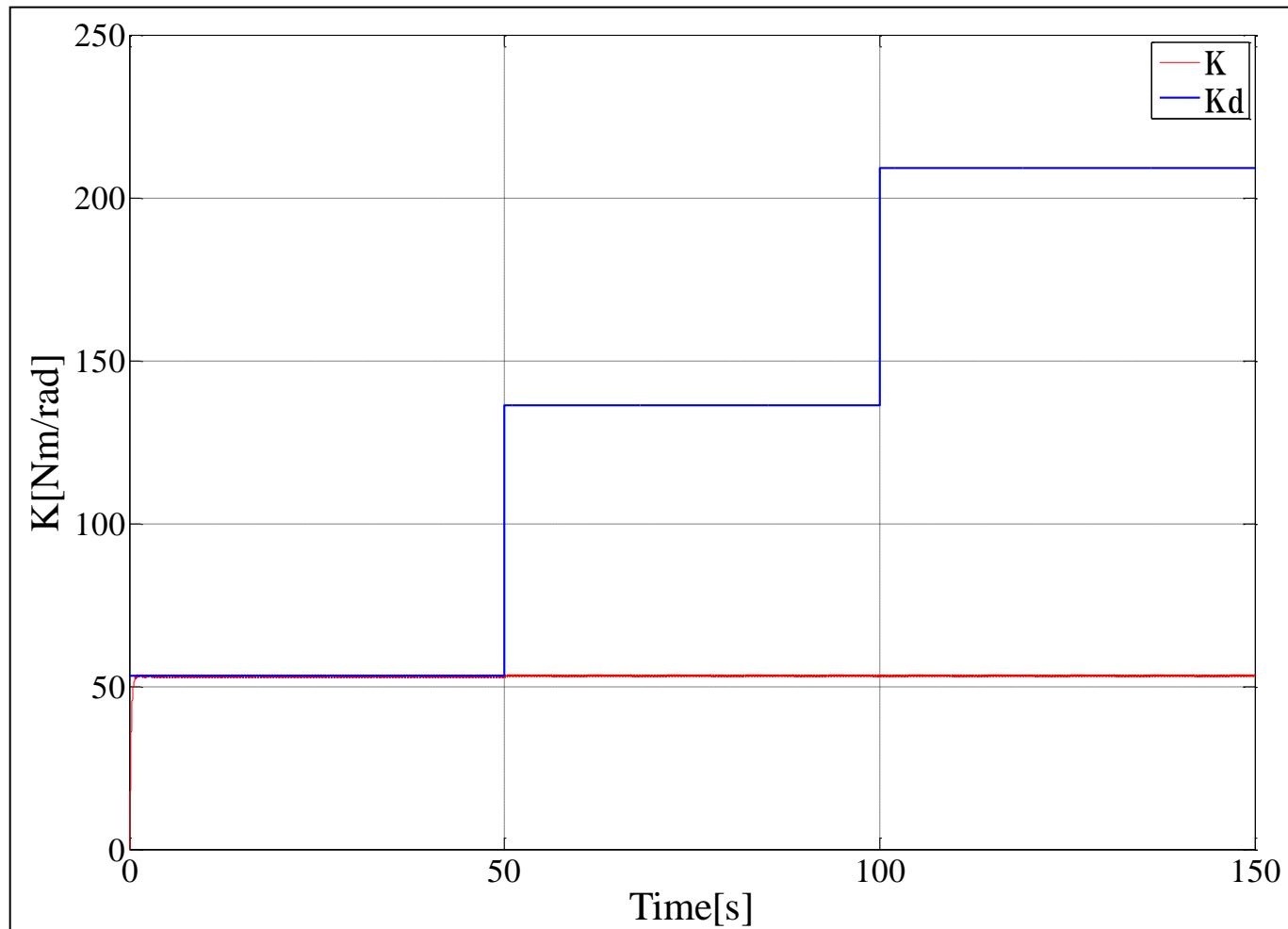
## 目標運動

$$\theta_{Ld} = 0.2 \sin(2\pi ft) \text{ [rad]}$$

## シミュレーション条件

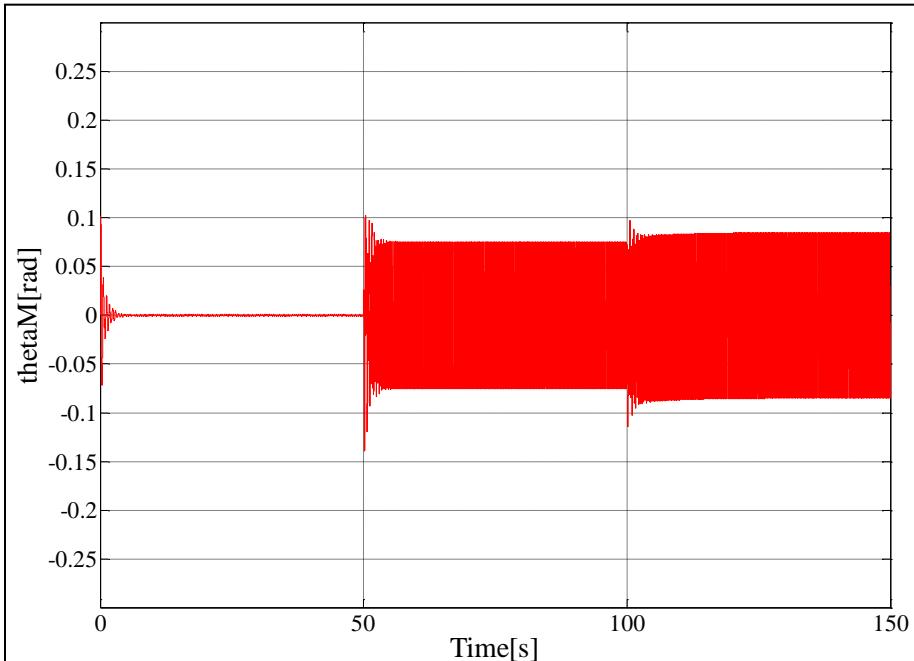


## 数値シミュレーション結果 (2/3)

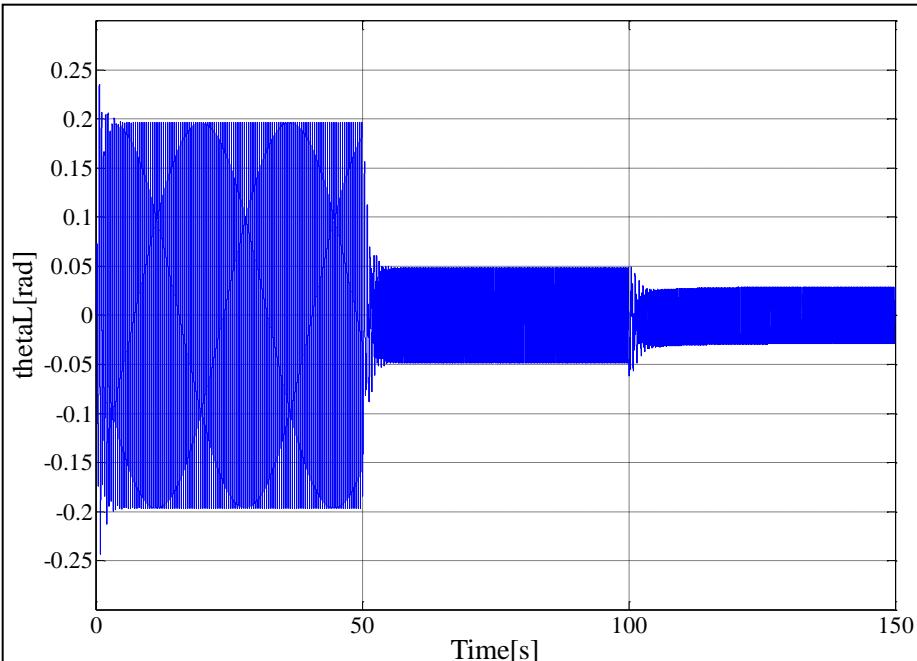


最適剛性  $K_d$  (青) と AwASの剛性  $K$  (赤)

## 数値シミュレーション結果 (3/3)



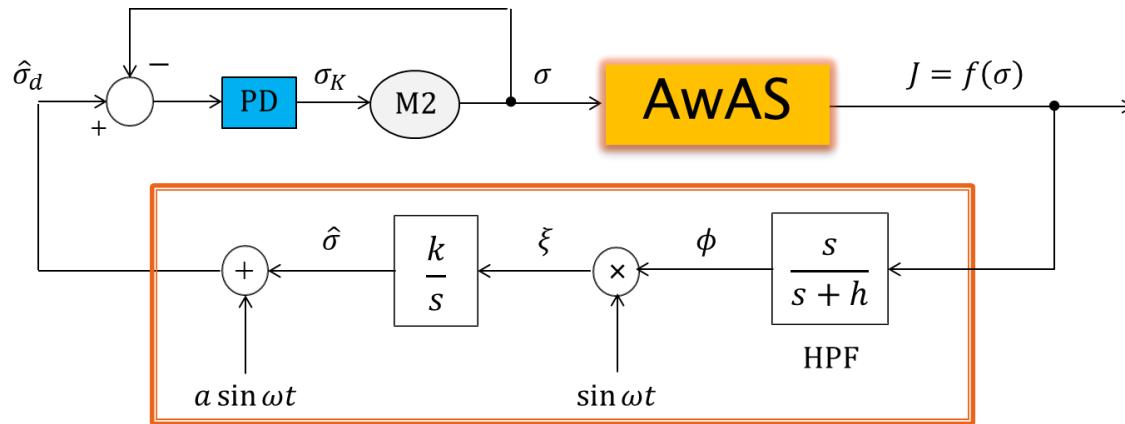
内リンクの軌道  $\theta_M$



外リンクの軌道  $\theta_L$

# 極値制御

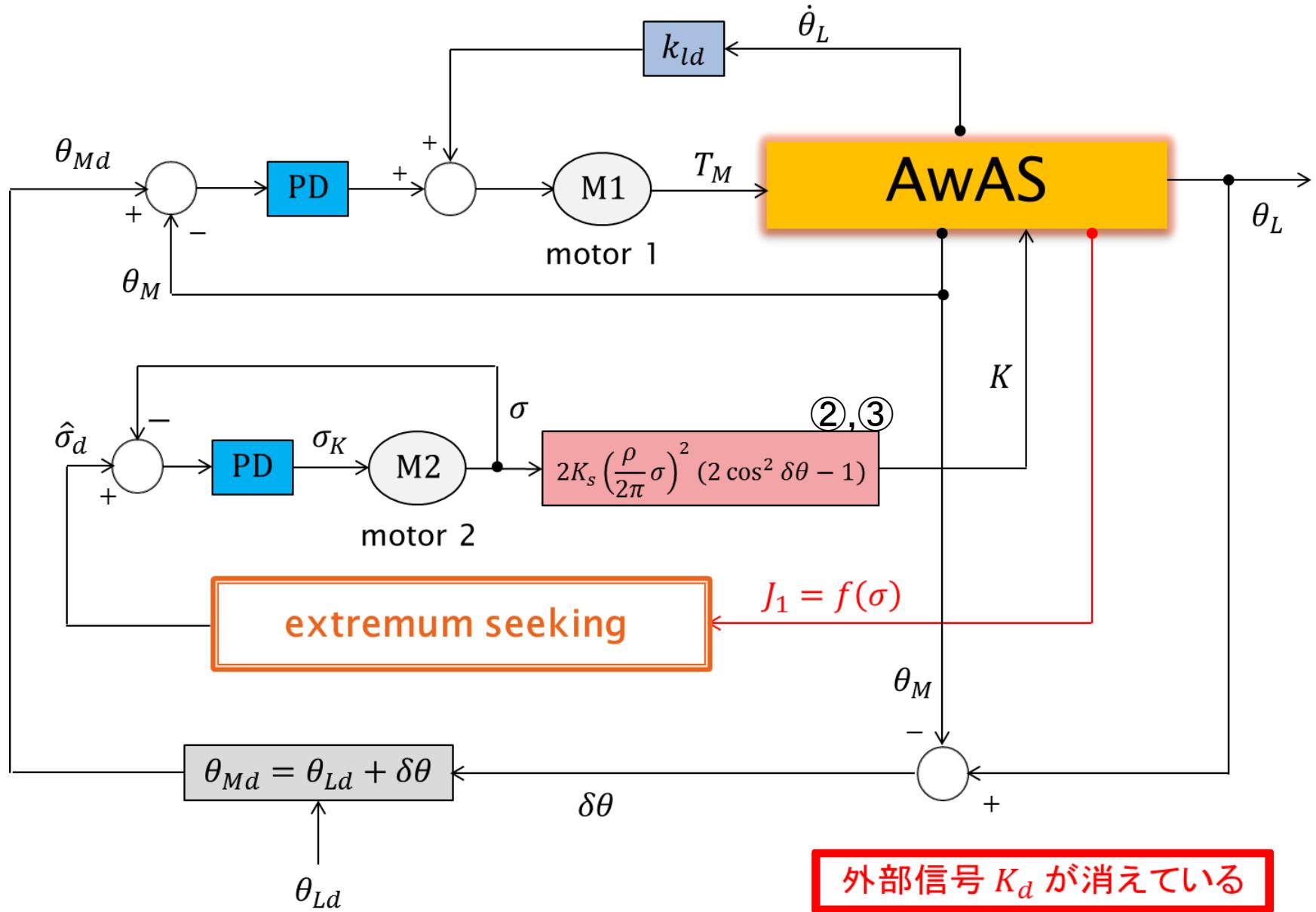
評価関数を与えると、それを極小(or極大)にするようにパラメータをオンラインで調節する。



今回の場合、パラメータは  $\sigma$  である。  
評価関数は、内リンクの時刻  $t$  までの総運動エネルギーとした。

$$J_1 = f(\sigma) = \int_0^t \frac{1}{2} I_M \dot{\theta}_M^2 dt$$

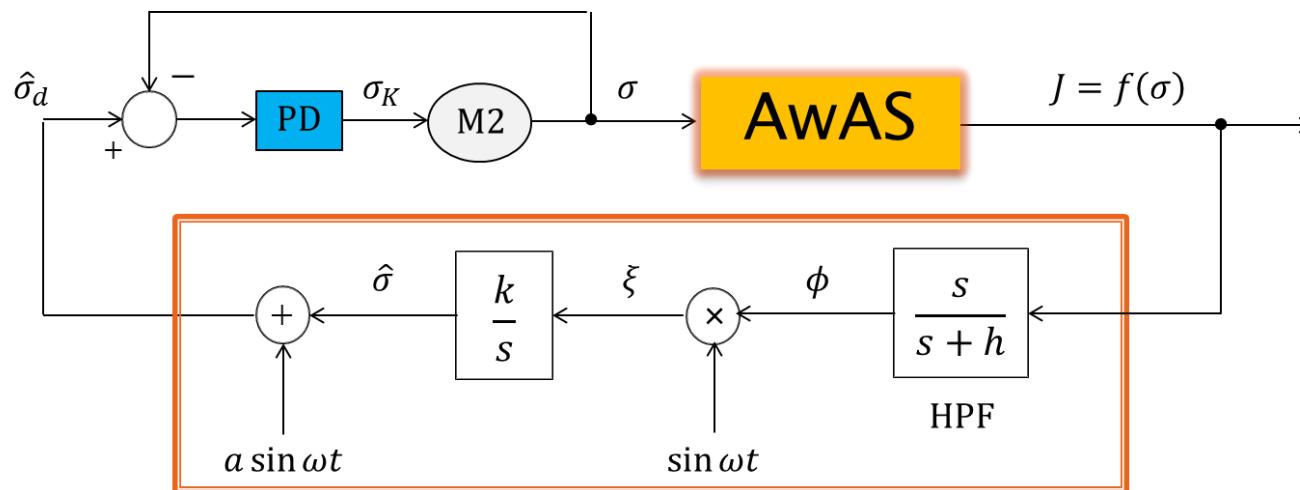
# 提案システムの概略図(極値制御)



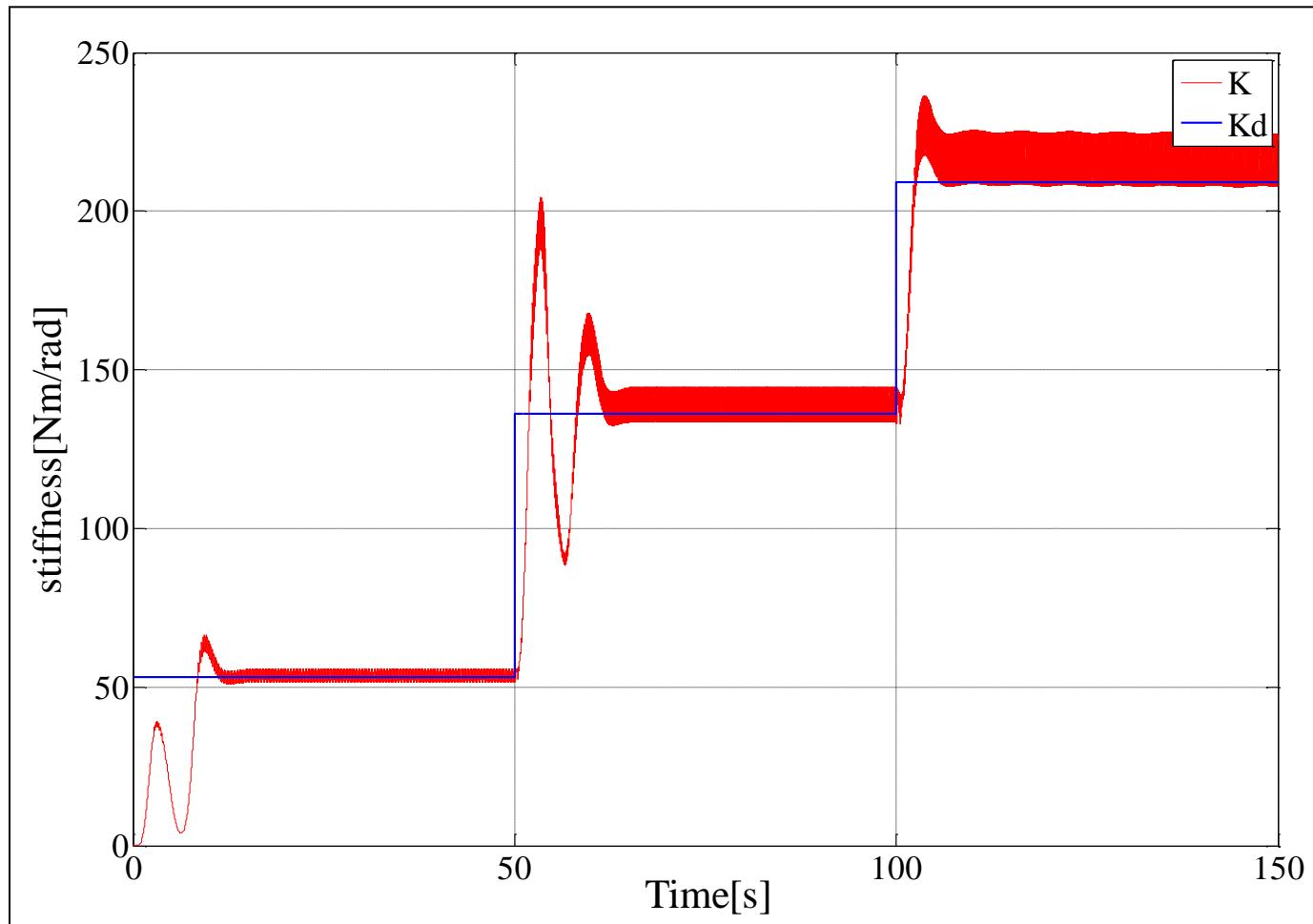
# 数値シミュレーション結果 (1/4)

- ▶ 目標運動, シミュレーション条件は従来法の場合と同じ
- ▶ 極値制御に用いる各パラメータの値

$$a = -0.01, \quad k = 80, \quad h = 1.0, \quad \omega = 1.0$$

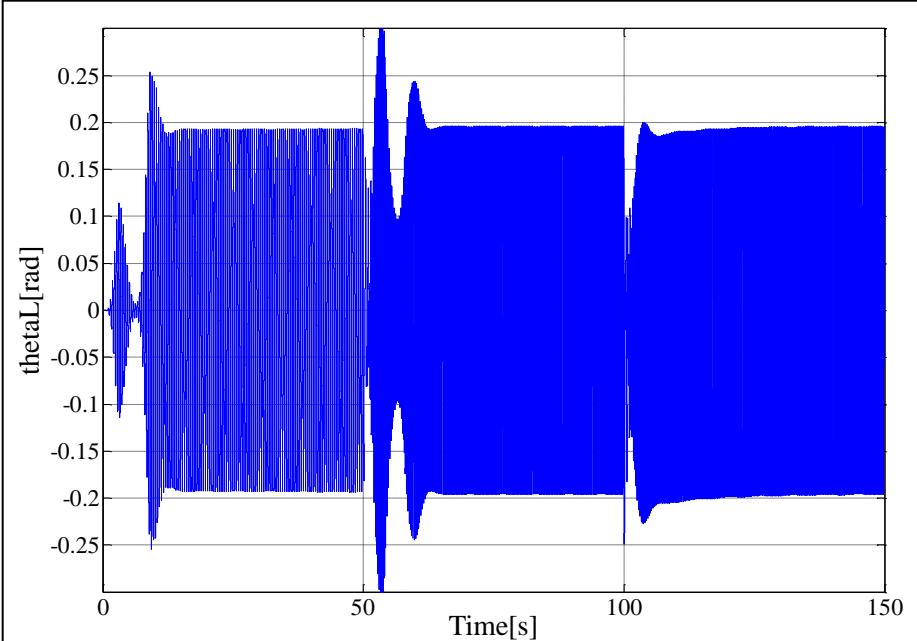
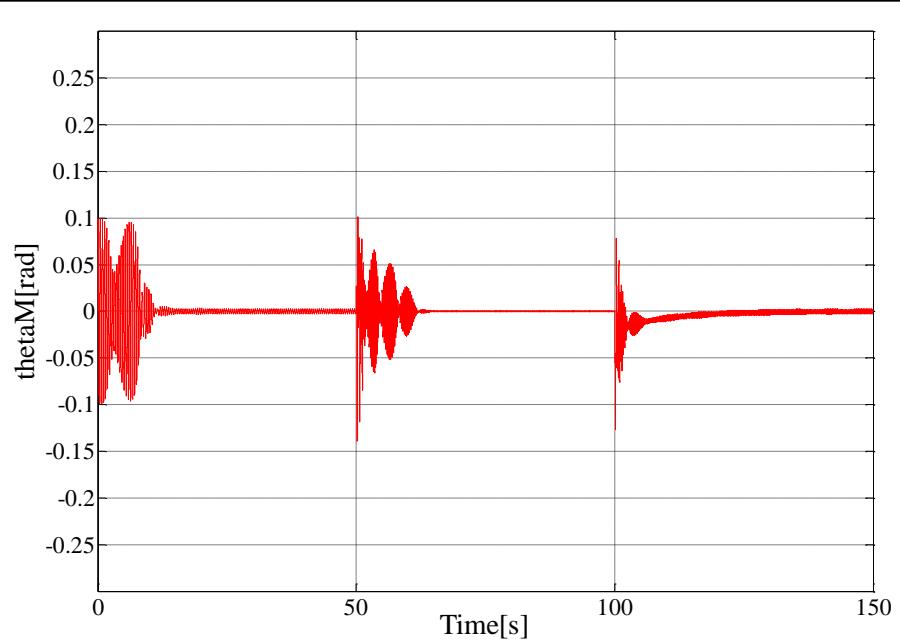


## 数値シミュレーション結果 (2/4)



最適剛性  $K_d$  (青) と AwASの剛性  $K$  (赤)

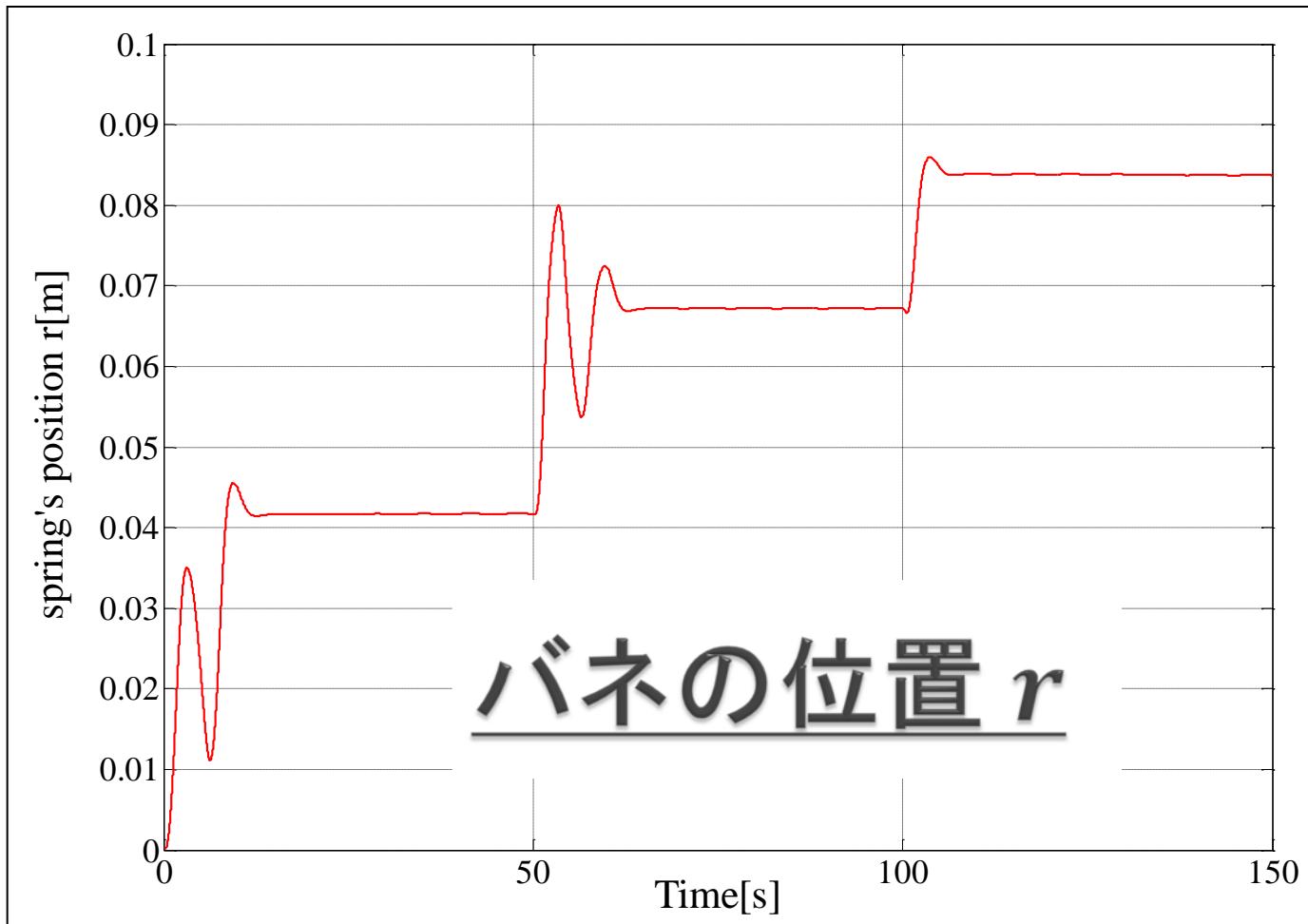
## 数値シミュレーション結果 (3/4)



内リンクの軌道  $\theta_M$

外リンクの軌道  $\theta_L$

## 数値シミュレーション結果 (4/4)



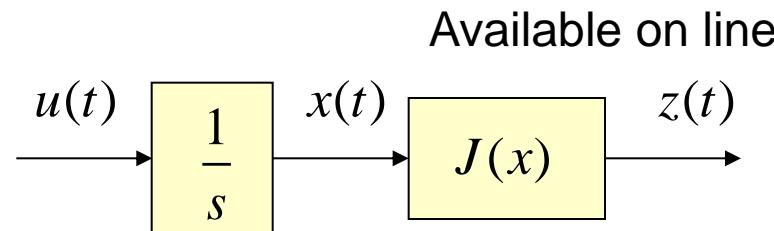
バネの位置  $r$

## [2-1] Extremum-seeking control by Ozguner, Switching Method

To introduce the basic idea, consider the following fundamental system:

**Plant:**  $\frac{dx}{dt} = u(t)$

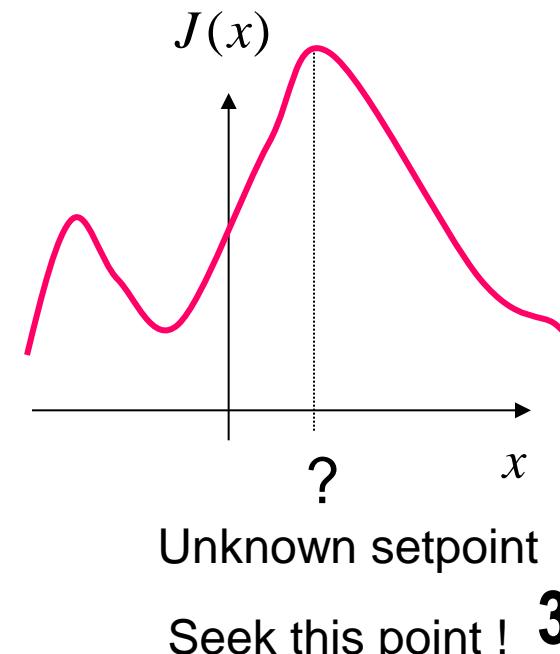
**Performance index variable:**



unknown

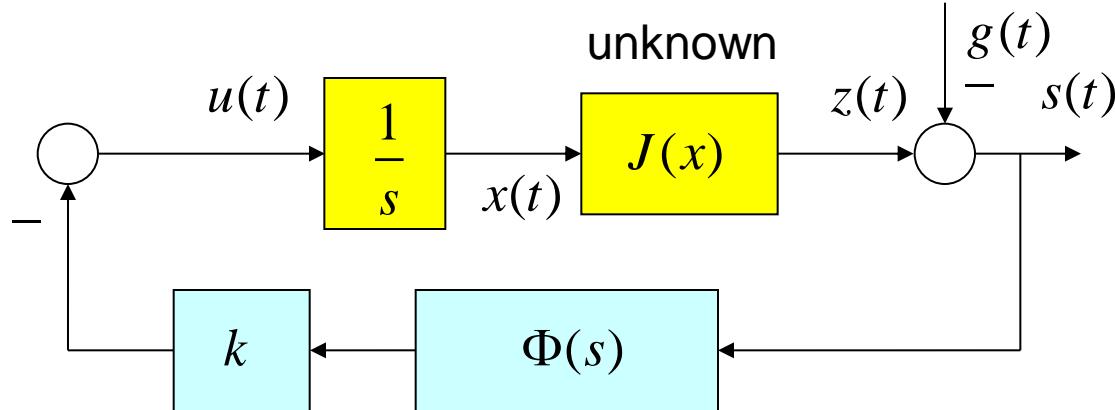
$$z(t) = J(x)$$

**Unknown** performance index,  
function of x



**Problem:**

**To maximize the performance index variable of a poorly modeled, often time varying system in real time, in the absence of a priori knowledge about how the performance index variable depends on the unknown states or inputs.**



## Extremum-seeking control

$$u(t) = -k\Phi(s), k > 0$$

$\Phi(s) := \text{sgn} \sin\left(\frac{\pi s(t)}{\alpha}\right)$ : periodic switching function

$$s(t) := z(t) - g(t)$$

$g(t)$ : Arbitrarily time increasing function, for example  $\dot{g}(t) = \rho > 0$

Local Stability is proved based on the Lyapunov function technique in H. Yu and U. Ozguner, "Extremum-seeking control strategy for ABS system with time delay," Proceedings of the American control Conference, pp. 3753-3758, Anchorage, AK May 8-9, 2002.

# Numerical Simulations

Second order plant

Plant:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2(t) \\ \dot{x}_2 = -30x_1(t) - 11x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

Performance index variable:

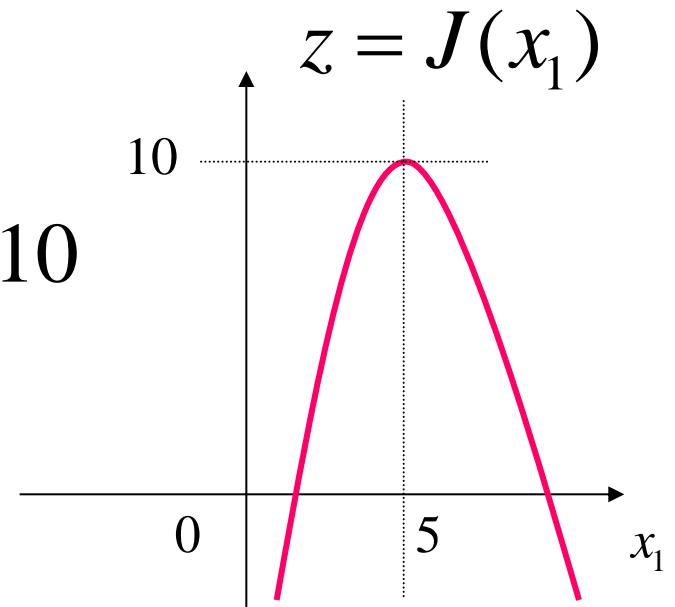
$$z(t) := J(x_1) = -10(x_1 - 5)^2 + 10$$

Extremum-seeking control

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = -0.05 \operatorname{sgn} \sin\left(\frac{\pi s(t)}{0.05}\right) \\ u(t) = 30q(t) \end{cases}$$

$$s(t) := z(t) - g(t)$$

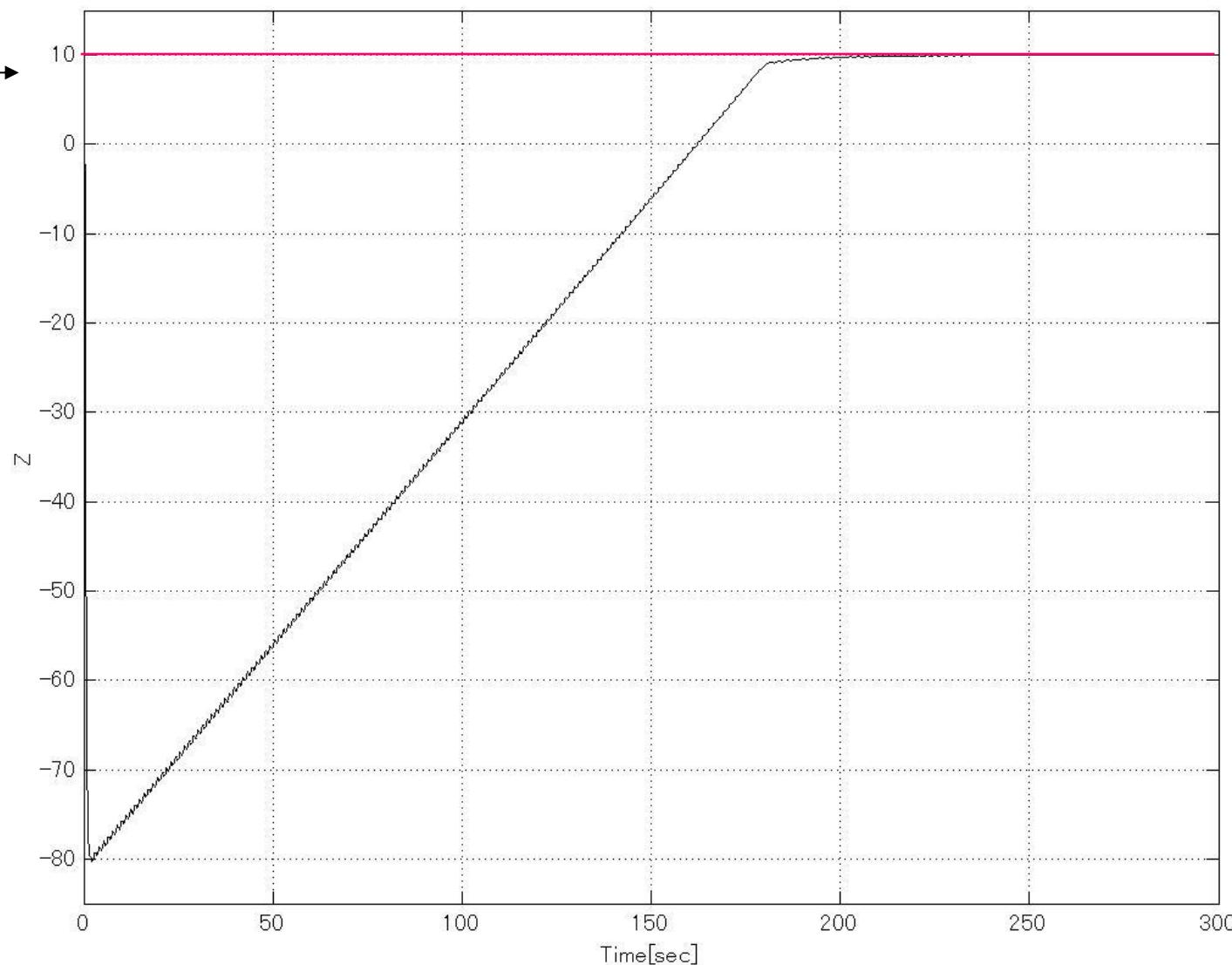
$$\dot{g}(t) = 0.5, g(0) = 0$$



First order controller

# Performance index variable $z(t)$

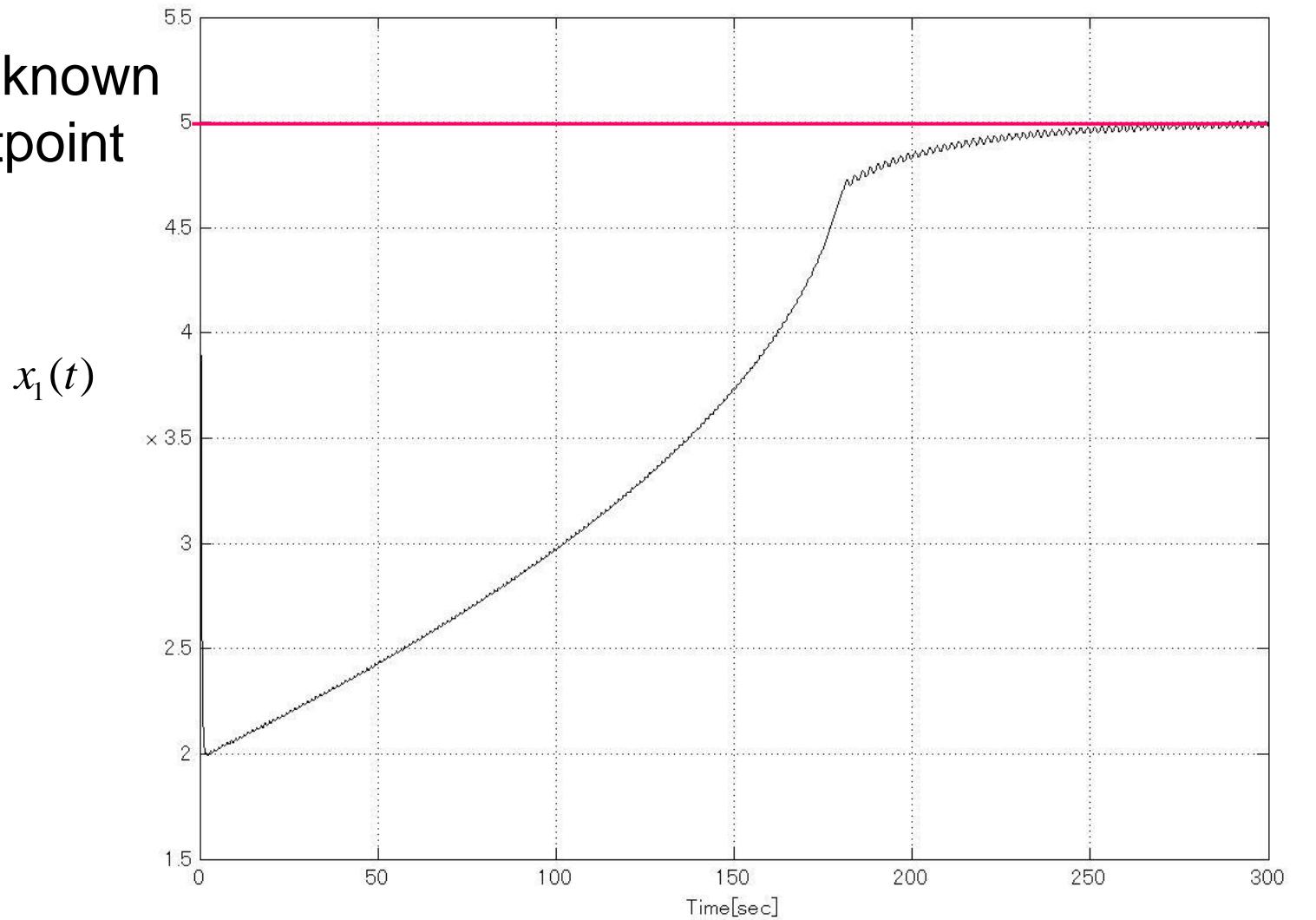
Max



time(sec)

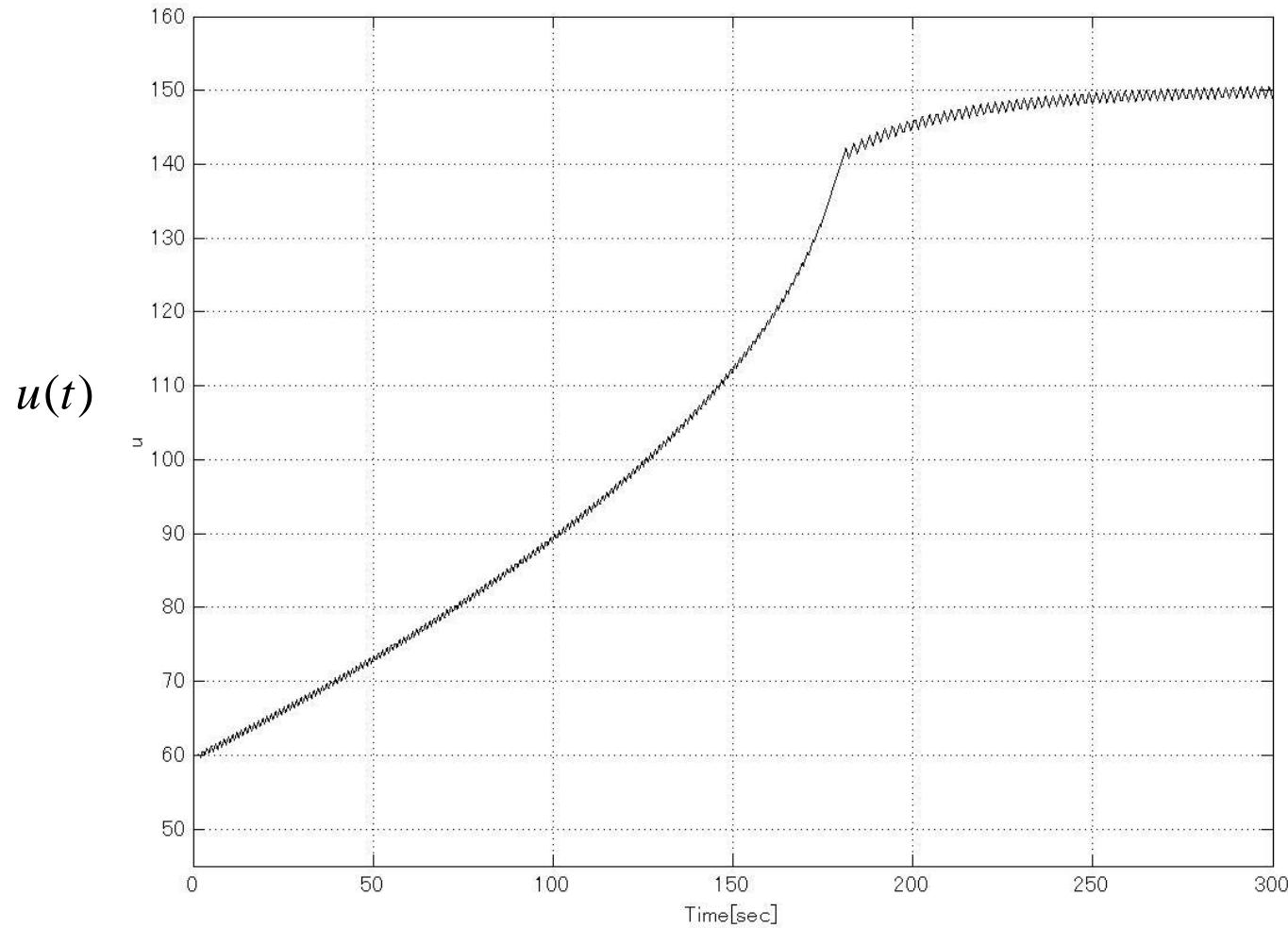
## Time profile of $x_1(t)$

Unknown  
setpoint



time(sec)

## Time profile of control input $u(t)$

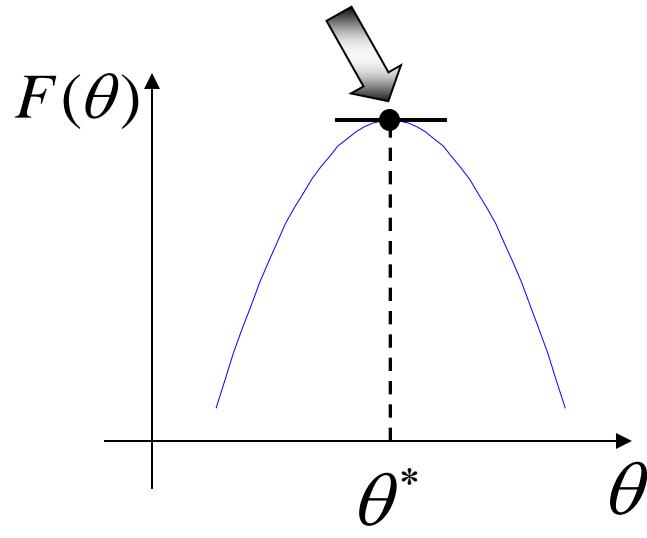


time(sec)

## Conventional Method

(Perturbation, Switching)

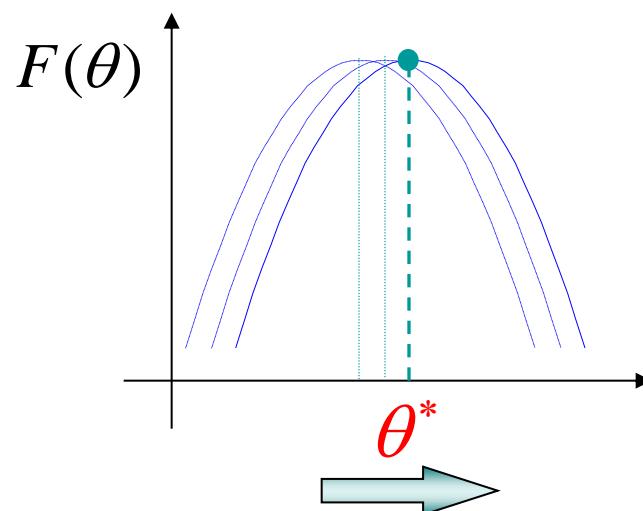
Gradient=0



This is not time variant

## Proposed method

(Extend perturbation, switching )



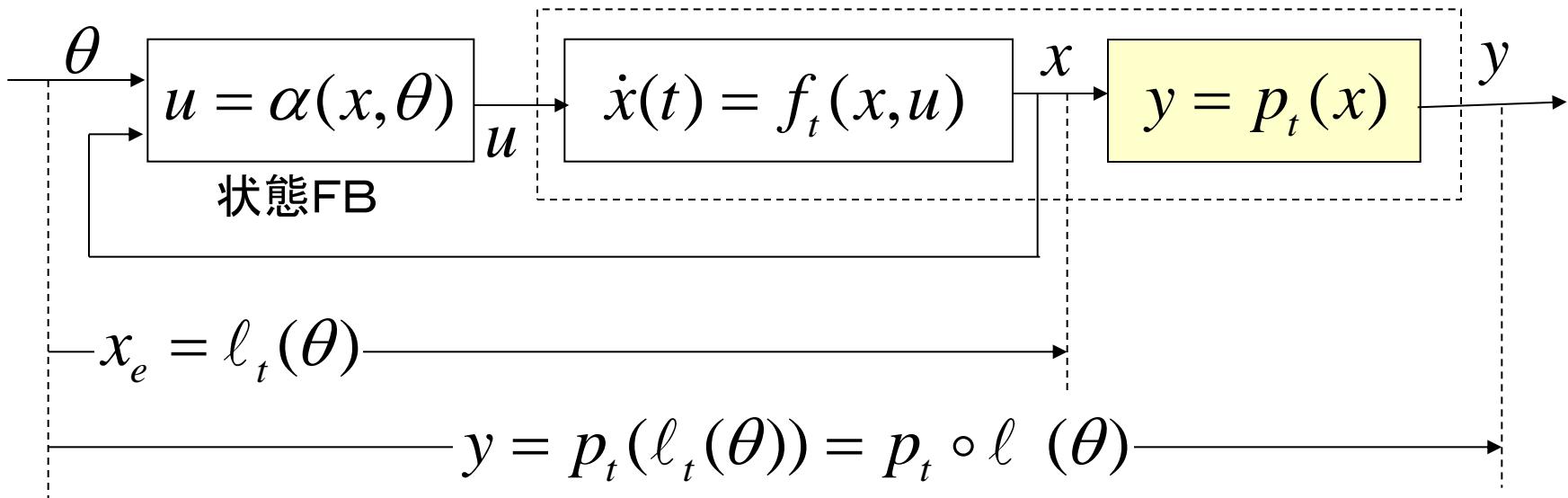
It may be time-varinat

	Extremum seeking	ES based on IMC
Perturbation	M. Krstic(1997)	Proposed by Ohmori
Switching	U. Ozgner(1995)	Proposed by Ohmori

## [2-2] IMC-based ES and Antilock Braking

対象システム

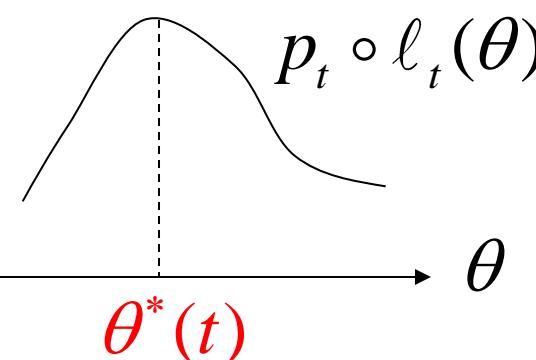
$x \in \mathbf{R}^n$  : 状態  
 $u \in \mathbf{R}$  : 入力  
 $y \in \mathbf{R}$  : 評価量



仮定1:  $f_t(x_e, \alpha(x_e, \theta)) = 0$  となる平衡点  $x_e = \ell_t(\theta)$  が存在し,  
 すべての  $\theta$  に対して, 局所的に指数安定

仮定2:  $\frac{\partial(p_t \circ \ell_t)}{\partial \theta}(\theta^*(t)) = 0$

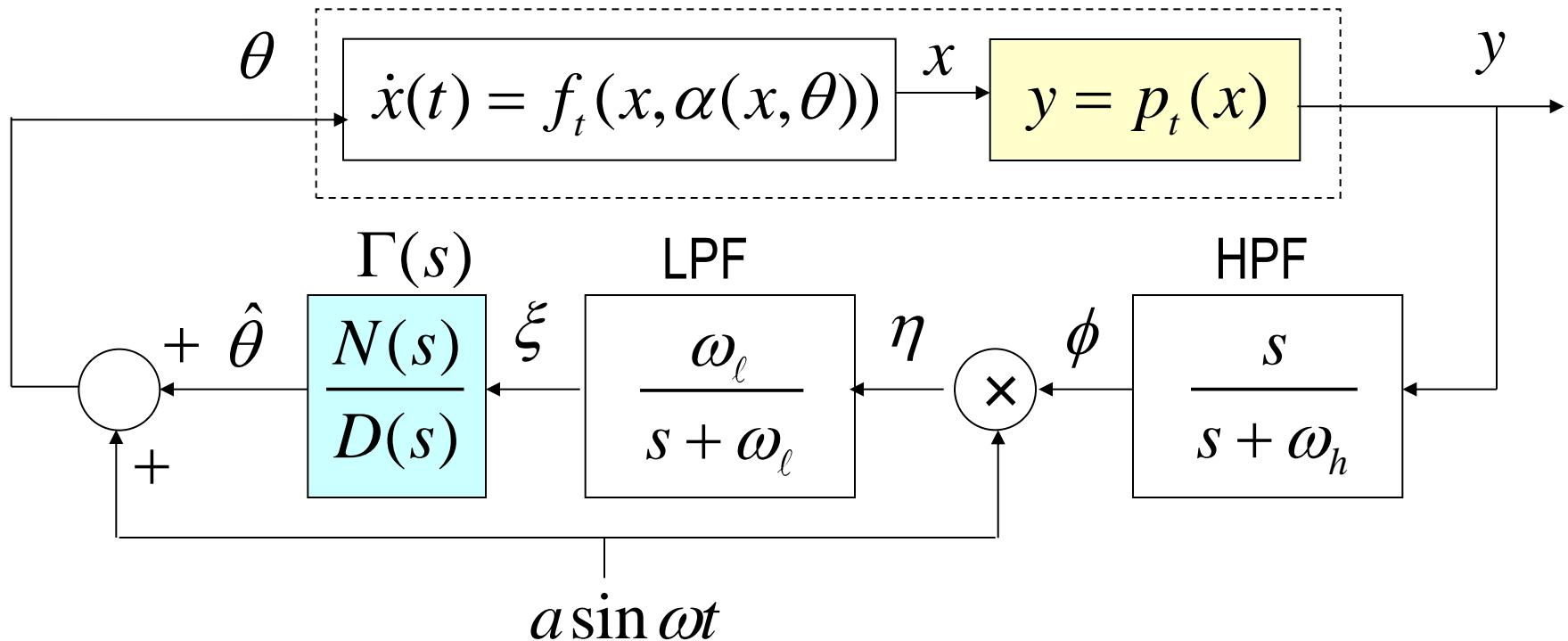
かつ  $\frac{\partial^2(p_t \circ \ell_t)}{\partial \theta^2}(\theta^*(t)) < 0$



$D(s)\theta^*(t) = 0$

変化のクラスを  
規定する

# 内部モデル原理に基づく極値制御



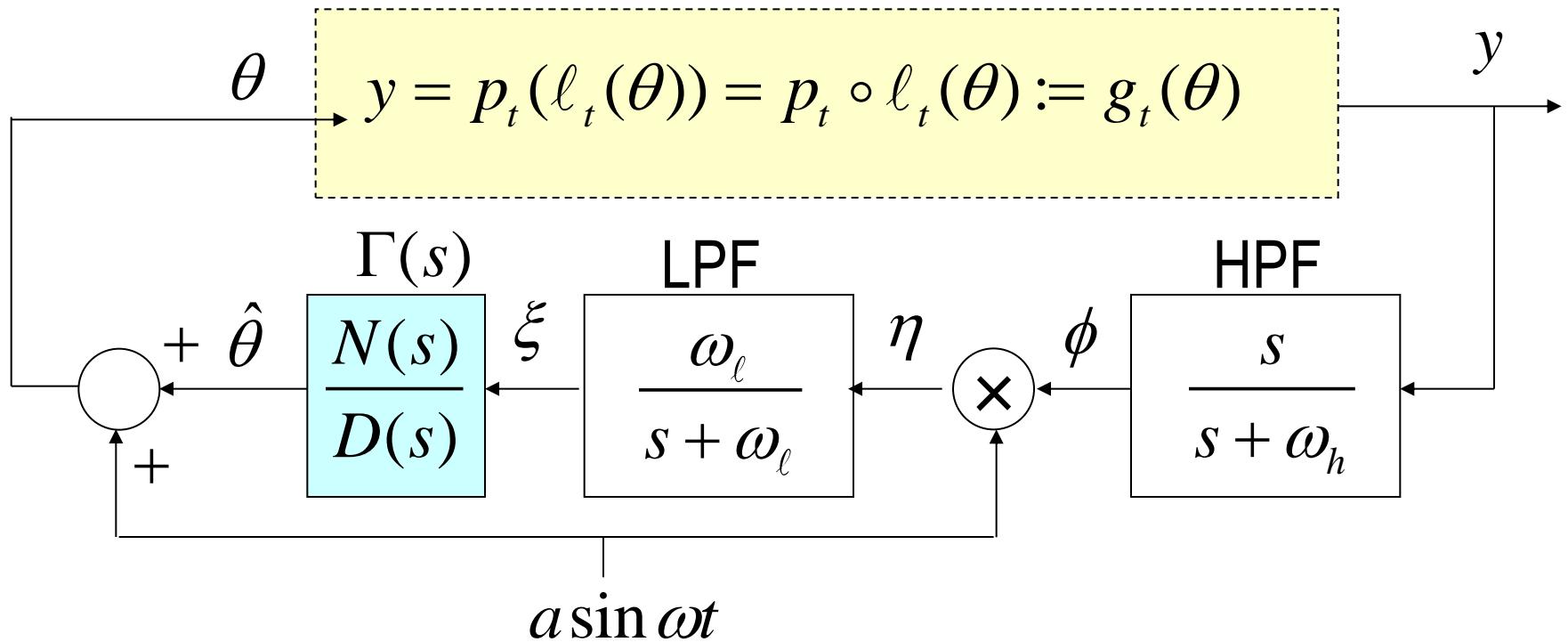
$$\text{従来法} \quad \Gamma(s) = \frac{k}{s}$$

$$\text{本手法} \quad \Gamma(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

たとえば,  $s^2\theta^*(t) = 0$

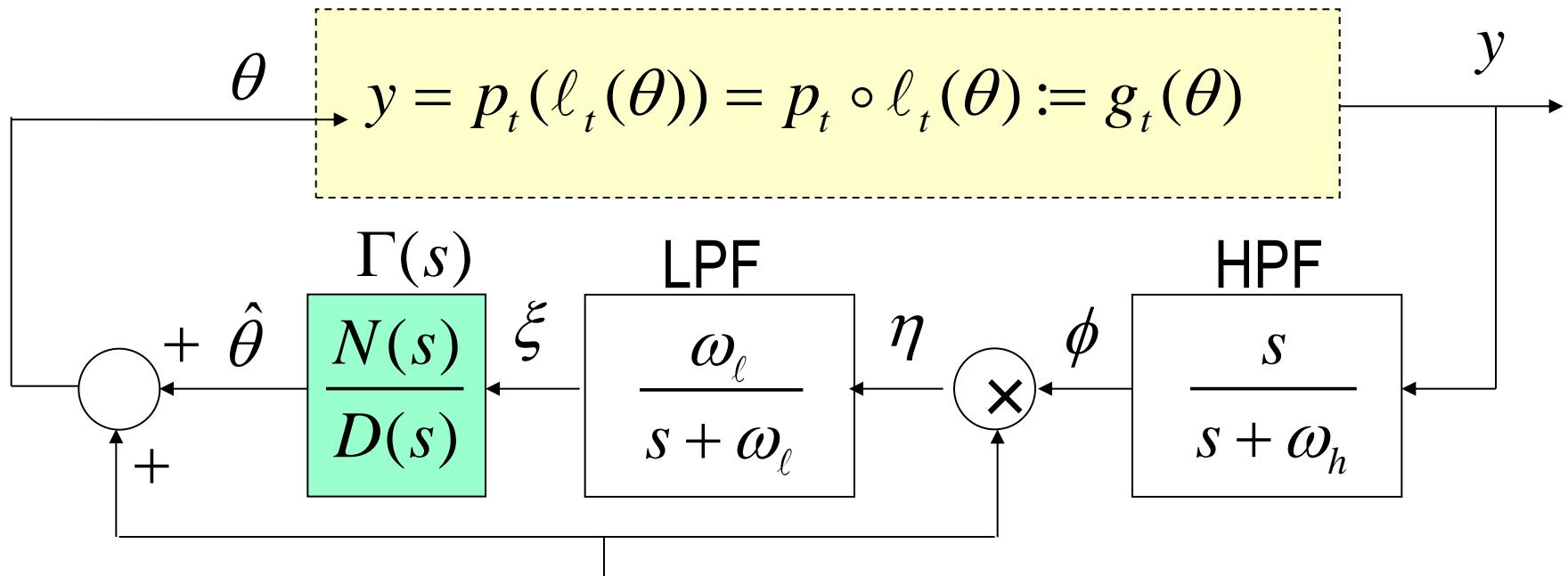
$$\Gamma(s) = \frac{\gamma_2 s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0}{s^2}$$

# 提案手法の解析(1)



$$\begin{aligned}
 y &= g_t(\theta) := g^* + \frac{g''}{2}(\theta - \theta^*)^2 = g^* + \frac{g''}{2}(a \sin \omega t + \hat{\theta} - \theta^*)^2 \\
 &= g^* + \frac{g''}{2}(a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2 \quad \theta = a \sin \omega t + \hat{\theta} \\
 &\qquad\qquad\qquad \tilde{\theta} := -\hat{\theta} + \theta^* \quad 42
 \end{aligned}$$

## 提案手法の解析(2)



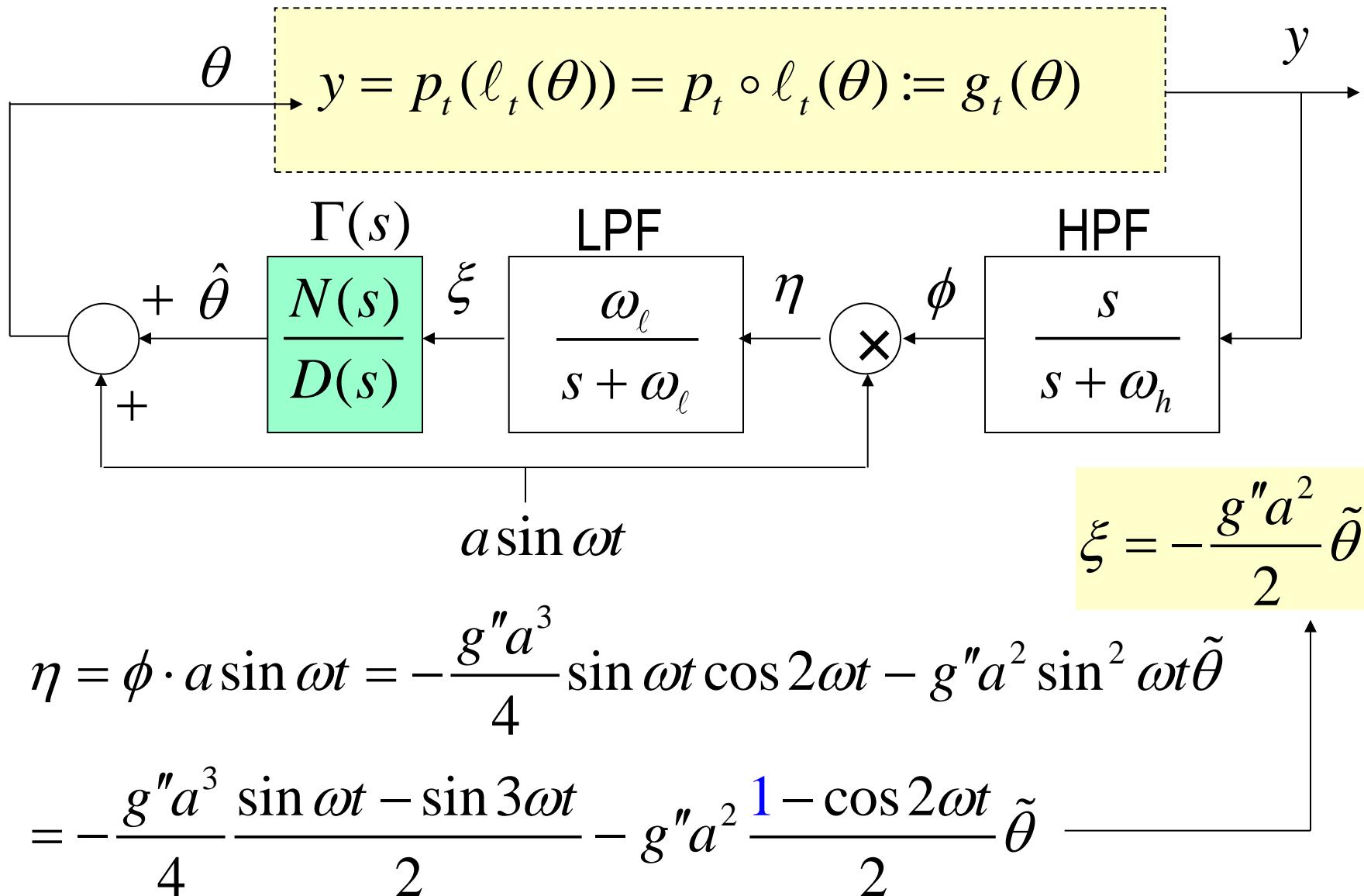
$$y = g^* + \frac{g''}{2} (a \sin \omega t - \tilde{\theta})^2$$

$$\phi = -\frac{g'' a^2}{4} \cos 2\omega t - g'' a \sin \omega t \tilde{\theta}$$

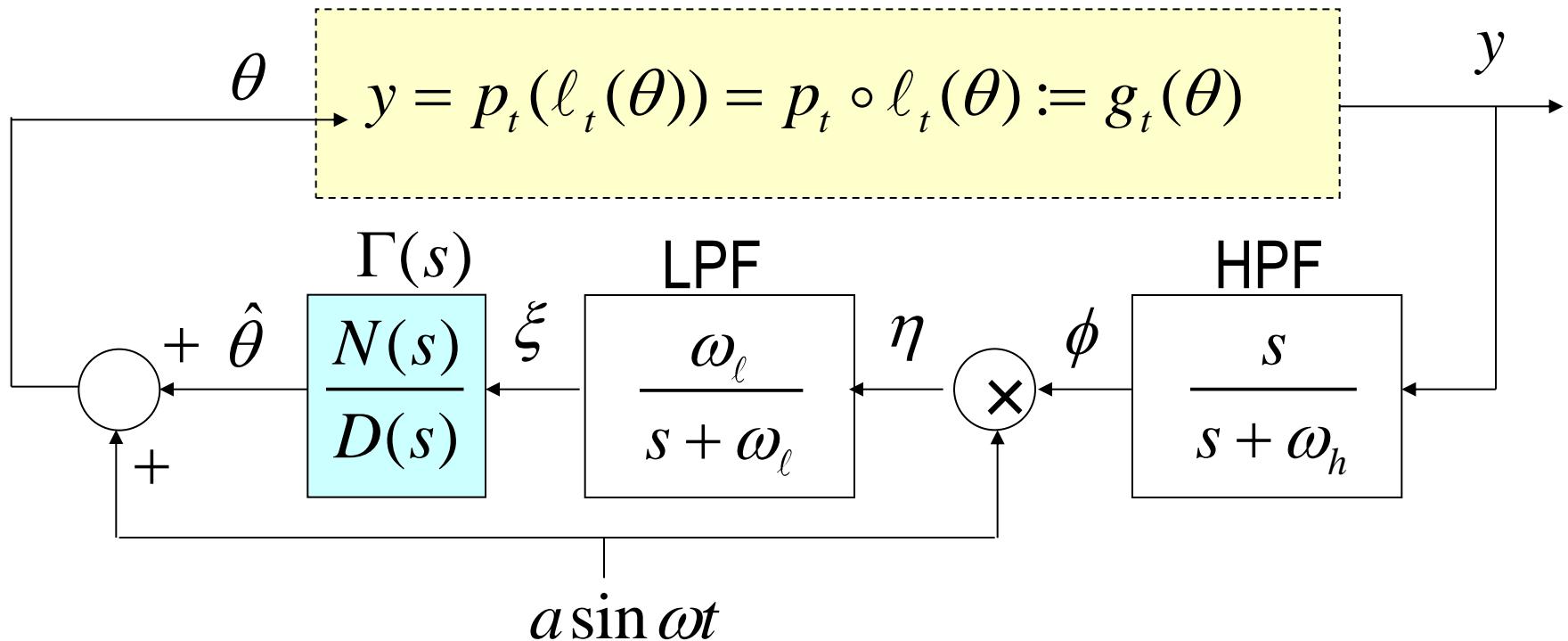
$$= g^* + \frac{g''}{2} \left[ a^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) - 2a \sin \omega t \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^2 \right]$$

ロカル解析

# 提案手法の解析(3)



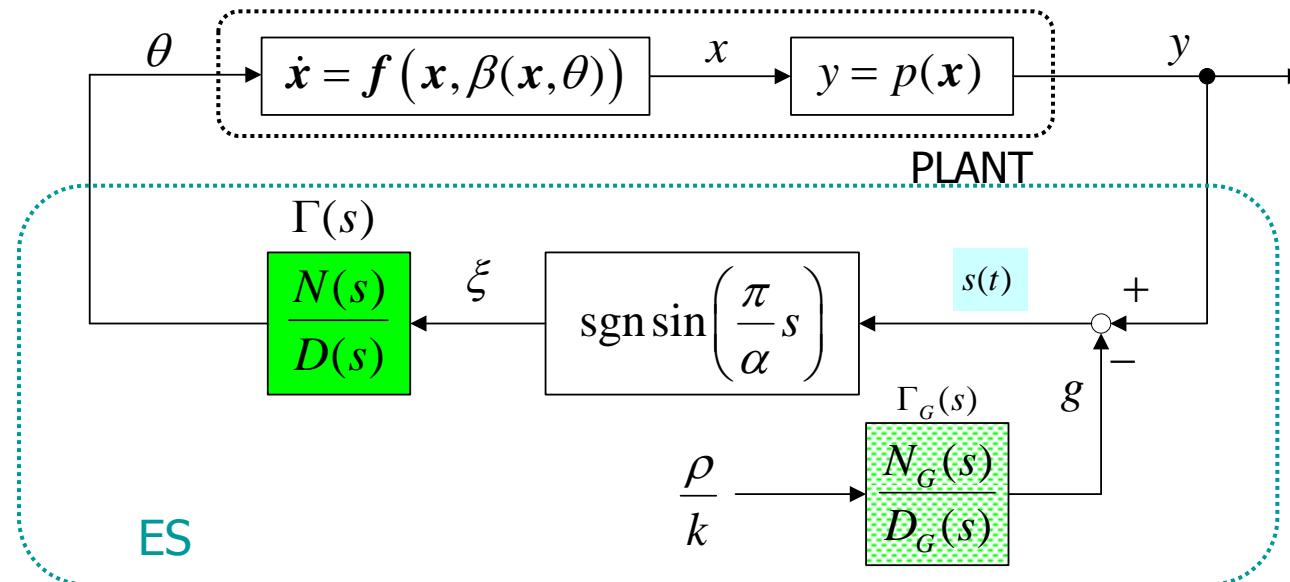
# 提案手法の解析(4)



$$D(s)\hat{\theta} = N(s)\xi = N(s) \left( -\frac{g''a^2}{2}\tilde{\theta} \right) \rightarrow \left( D(s) + \frac{|g''|a^2}{2}N(s) \right) \tilde{\theta} = 0$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \theta^* - \tilde{\theta} \longrightarrow D(s)\hat{\theta} = \underline{D(s)\theta^*} - D(s)\tilde{\theta} = -D(s)\tilde{\theta} \\ &= 0 \end{aligned}$$

# Analysis of Switching method based on IMC



Switching function

$$s(t) = y(t) - g(t)$$

Parameter law

$$D(s)\theta = N(s) \cdot \text{sgn}\left(\sin\left(\frac{\pi}{\alpha} s(t)\right)\right)$$

Ozguner

$$\Gamma(s) = \frac{k}{s}$$

$$\Gamma_G(s) = \frac{k}{s}$$

OHMORI

$$\Gamma(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$$\underline{\Gamma_G(s) = \frac{N_G(s)}{D_G(s)}}$$

Class of variation

Generation function of  $g(t)$

## Switching function

拘束させる

$$s(t) = y(t) - \underline{g(t)}$$

Increasing function

Parameter low

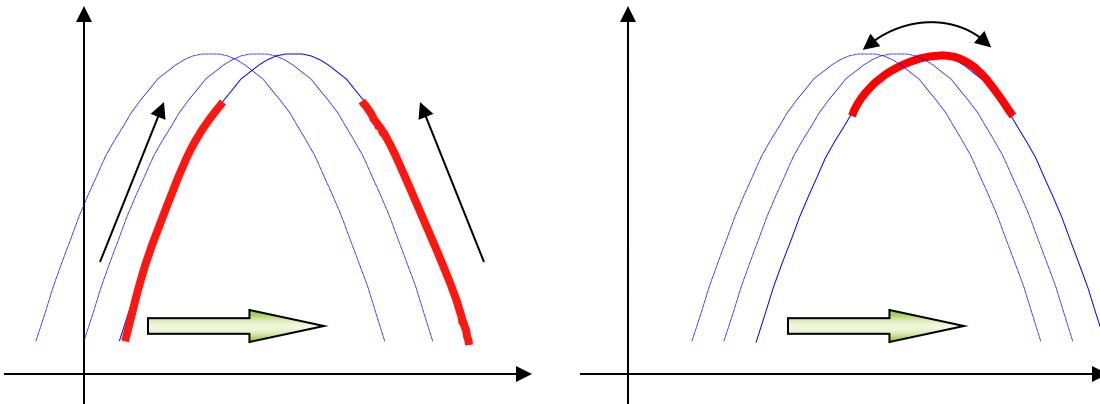
$$D(s)\theta = N(s) \cdot \text{sgn} \left( \sin \left( \frac{\pi}{\alpha} s(t) \right) \right)$$

sliding mode occurs

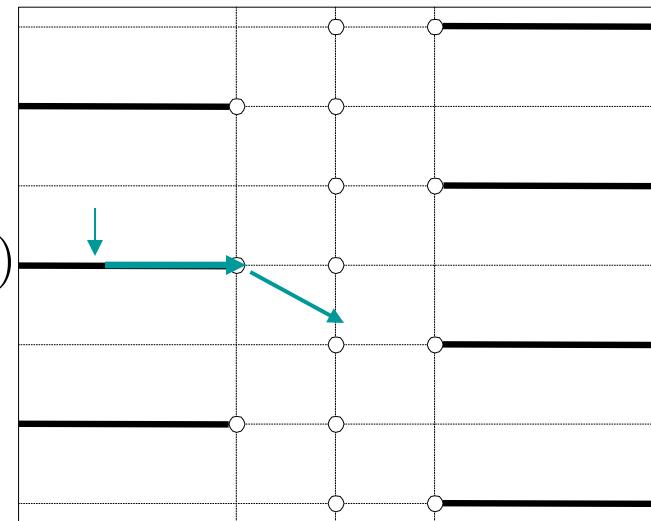
→ Output goes to maximum

→ Sliding mode disappear neighbor maximum

→ Oscillation around maximum



$s(t)$



$$\frac{\partial F}{\partial \theta}$$

# 数値例 (Antilock Braking Systems) (1/3)

車輪のダイナミクス

$$\begin{array}{l} \tau_B \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m\dot{u} = -N\mu(\lambda) \\ I\dot{\Omega} = -B\Omega + NR\mu(\lambda) - \tau_B \end{array} \right. \end{array} \quad \dot{u} \rightarrow$$

$m$ : 質量

$\Omega$ : 角速度

$u$ : 速度

$I$ : 慣性モーメント

$N = mg$ : 重量

$R$ : ホイールの半径

$\tau_B$ : ブレーキトルク

$B\Omega$ : ベアリング摩擦トルク

$\mu(\lambda)$ : 摩擦力係数

路面の状況等、  
周囲の環境に  
左右される

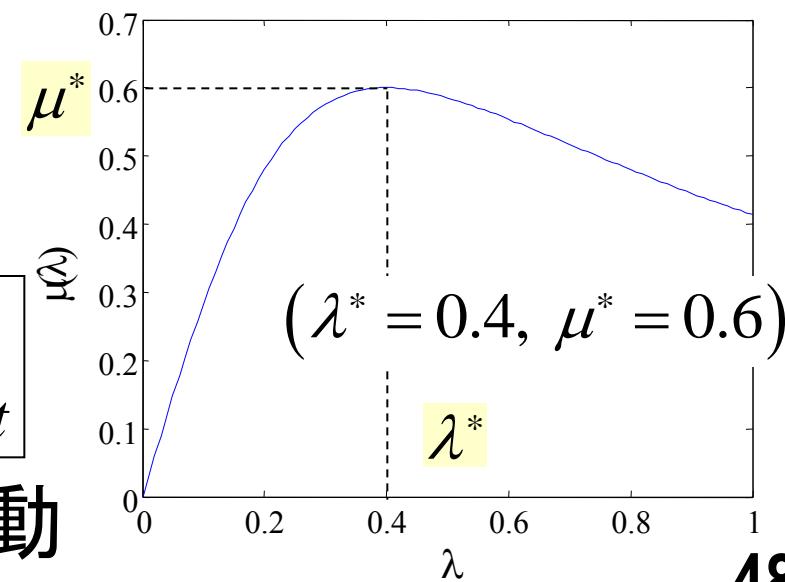
$$\mu(\lambda) = 2\mu^* \frac{\lambda^*\lambda}{\lambda^{*2} + \lambda^2}$$

ホイールスリップ

$$\lambda(u, \Omega) = \frac{u - R\Omega}{u}$$

$$\begin{cases} \lambda^* = 0.2 + 0.1t \\ \mu^* = 0.3 + 0.01t \end{cases}$$

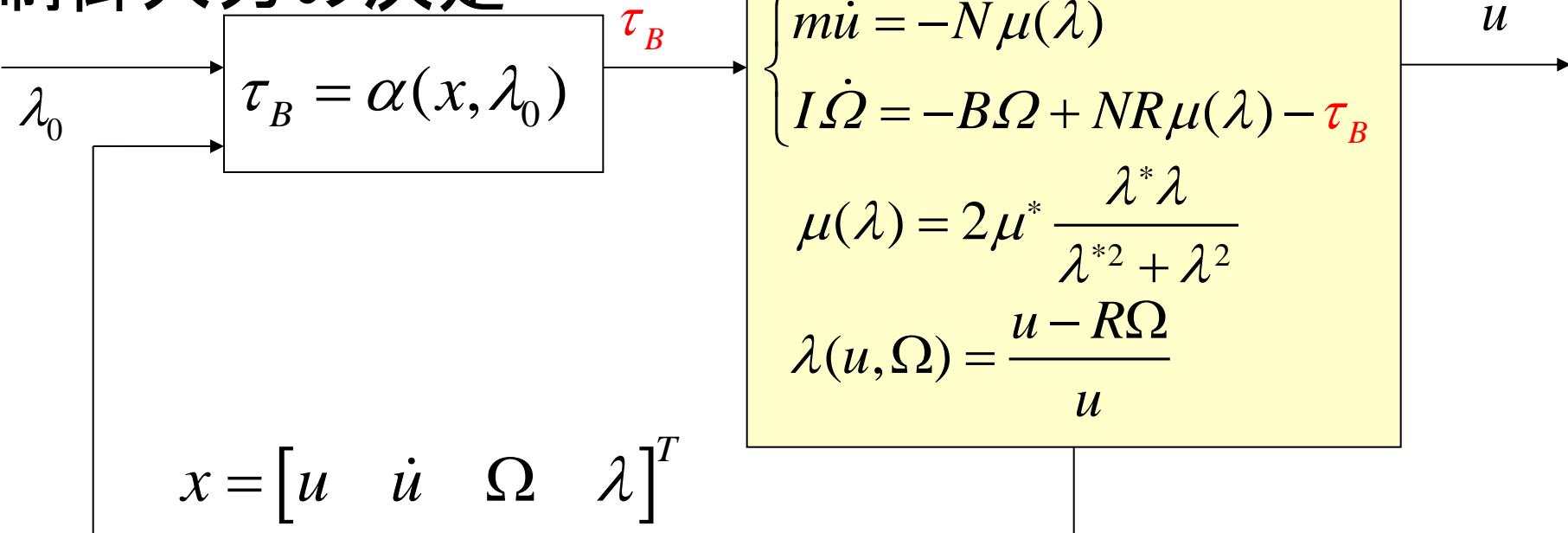
未知, 変動



# 数値例 (ABS) (2/3)

加速度センサにより測定可能  
(エアバッグにも使われている)

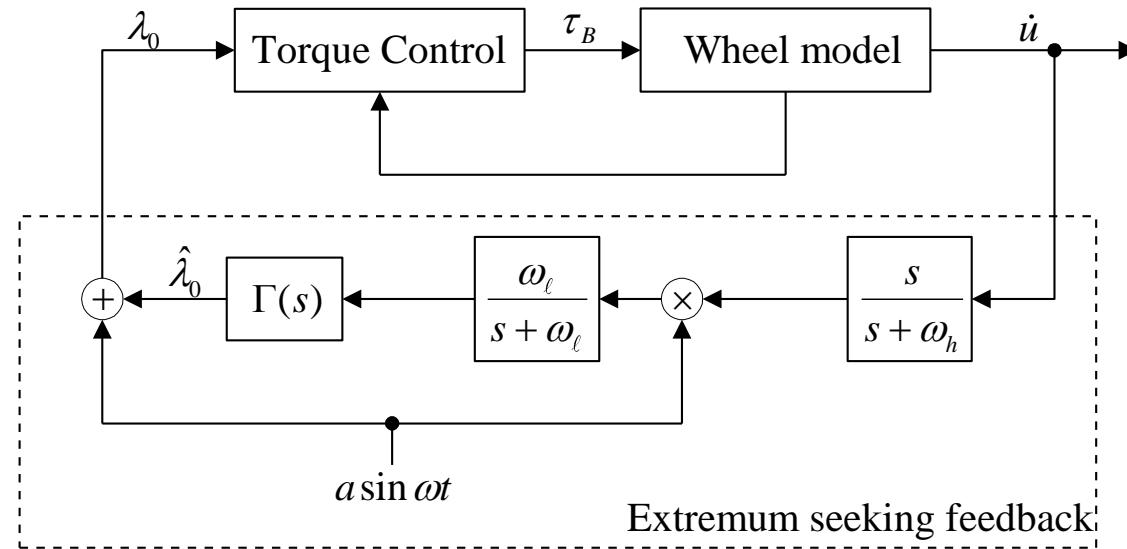
## 制御入力の決定



$$\dot{\lambda} = \frac{R}{Iu} \left( \tau_B + B\Omega + mR\dot{u} + \frac{I\Omega\dot{u}}{u} \right) \longrightarrow \dot{\lambda} = -c\lambda + c\lambda_0$$

$$\tau_B = -c \frac{Iu}{R} (\lambda - \lambda_0) - B\Omega - mR\dot{u} - \frac{I\Omega\dot{u}}{u}$$

# 数値例 (ABS) (3/3)



シミュレーションにおける初期値

$$\begin{aligned} u(0) &= 300 \text{ [km/h]} \\ &= 83.33 \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

$$\lambda(0) = 0$$

$$\Omega(0) = 277.77$$

パラメータの設定値

$$\Gamma(s) = \frac{s^2 + 5s + 6}{s^2}$$

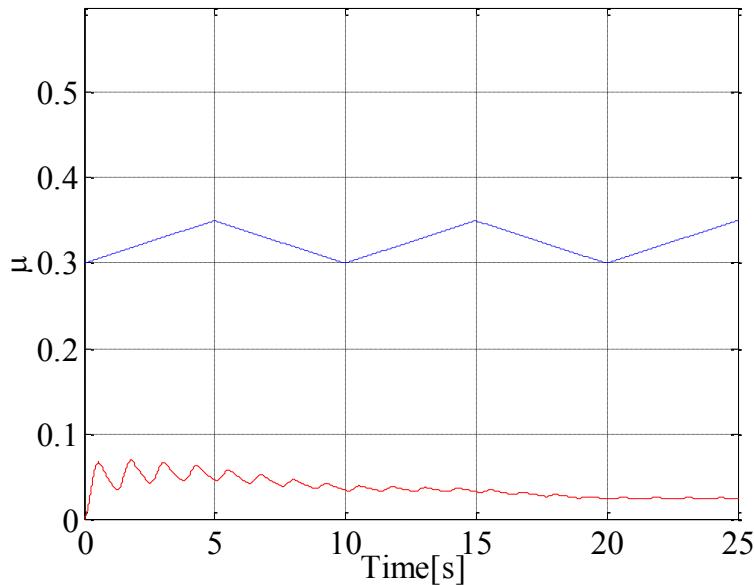
$$\begin{cases} \omega = 3.5 \\ a = 0.1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_\ell = 0.8 \\ \omega_h = 0.6 \end{cases}$$

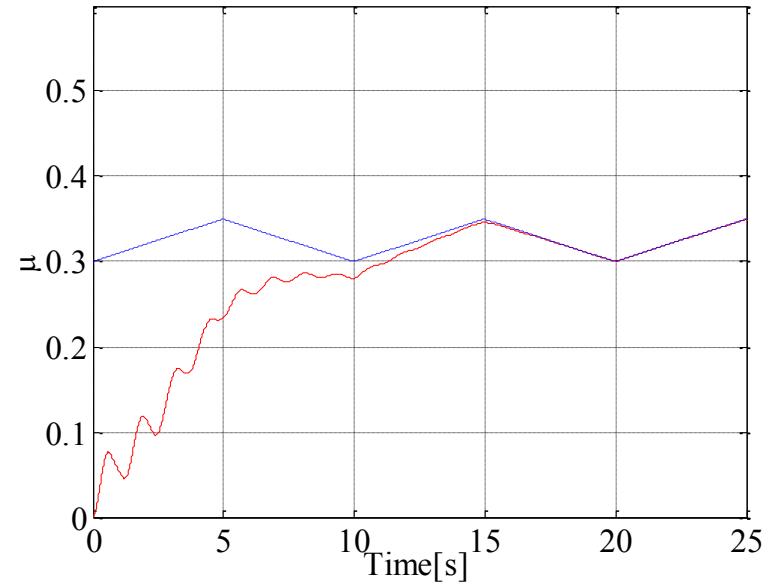
# 攝動法

$\mu(\lambda)$ : Friction force coefficient

$\mu^*$   
 $\mu$

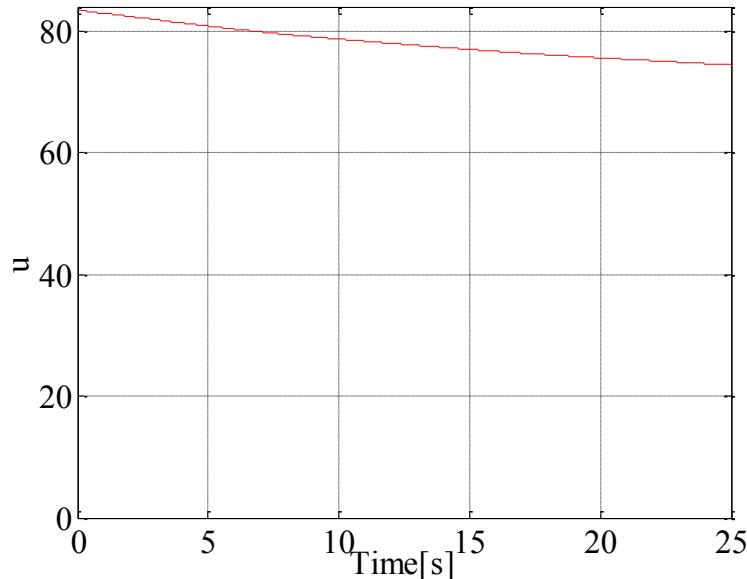


Perturbation method  
without IMC

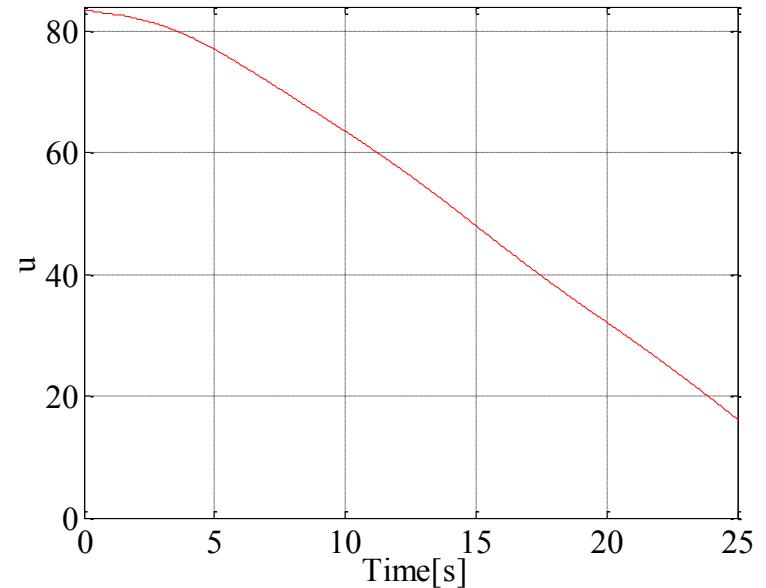


Perturbation method  
With IMC (Proposed)

## Linear velocity $u(t)$

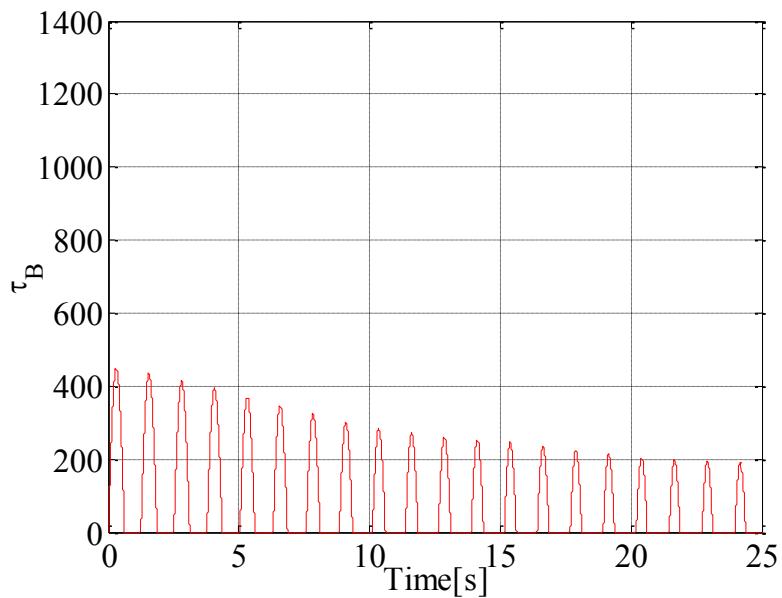


**Perturbation method  
without IMC**

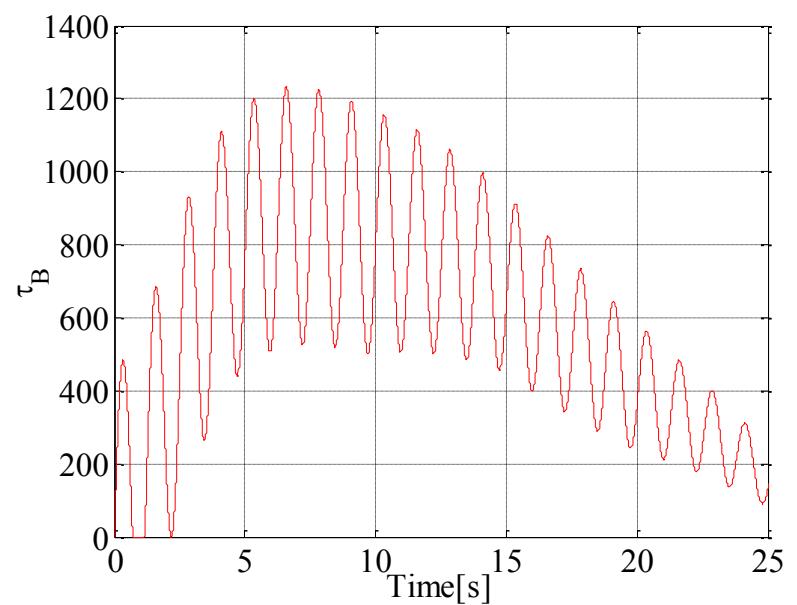


**Perturbation method  
With IMC (Proposed)**

Control input  $\tau_B$



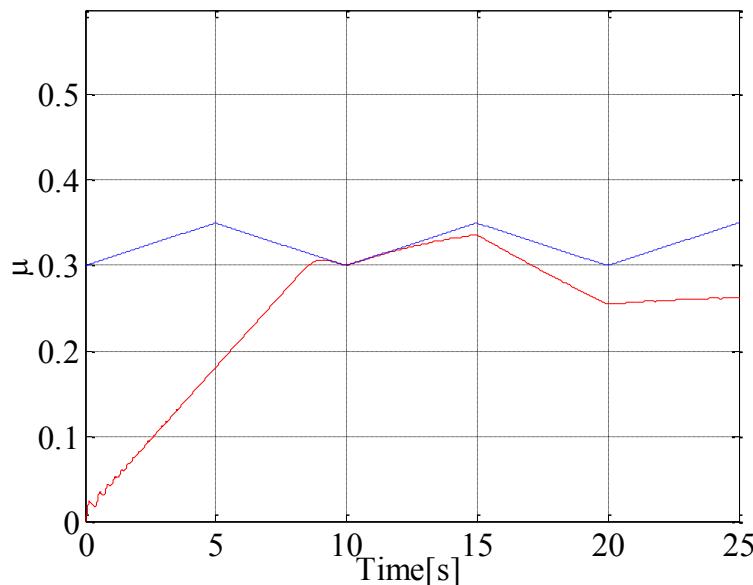
**Perturbation method  
without IMC**



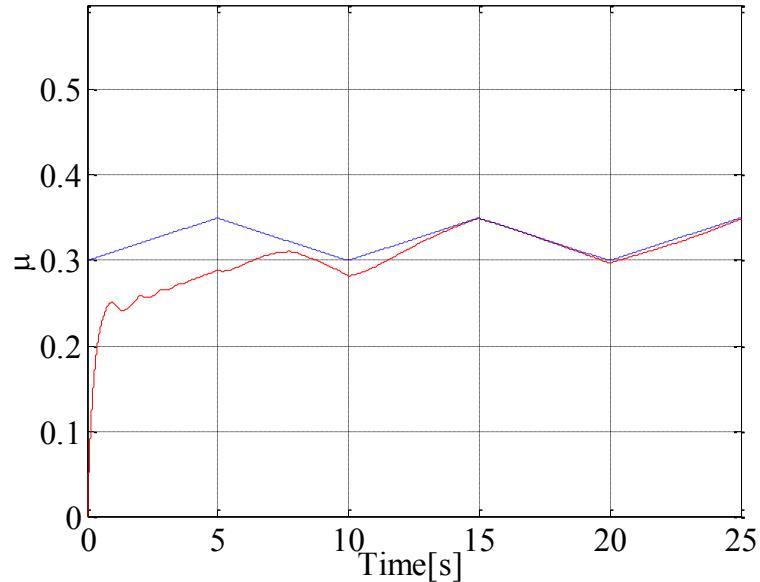
**Perturbation method  
With IMC (Proposed)**

# スイッチング法

$\mu(\lambda)$ : Friction force coefficient



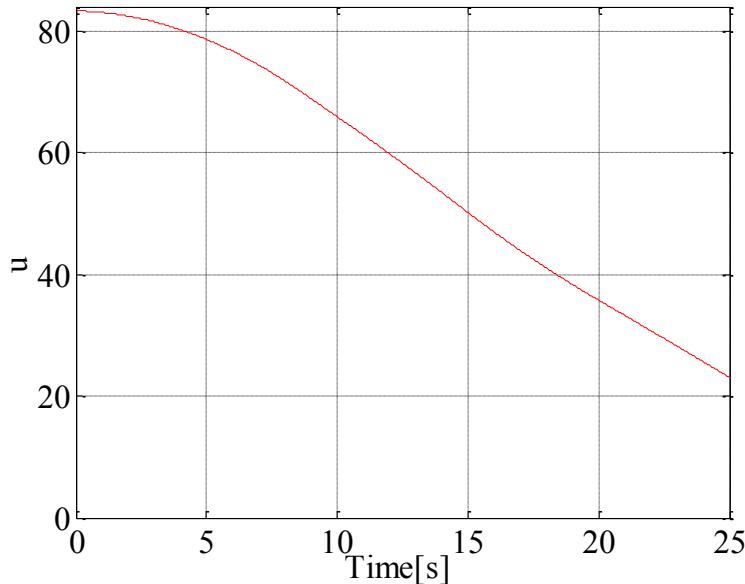
$\mu^*$   
 $\mu$



**Switching method  
without IMC**

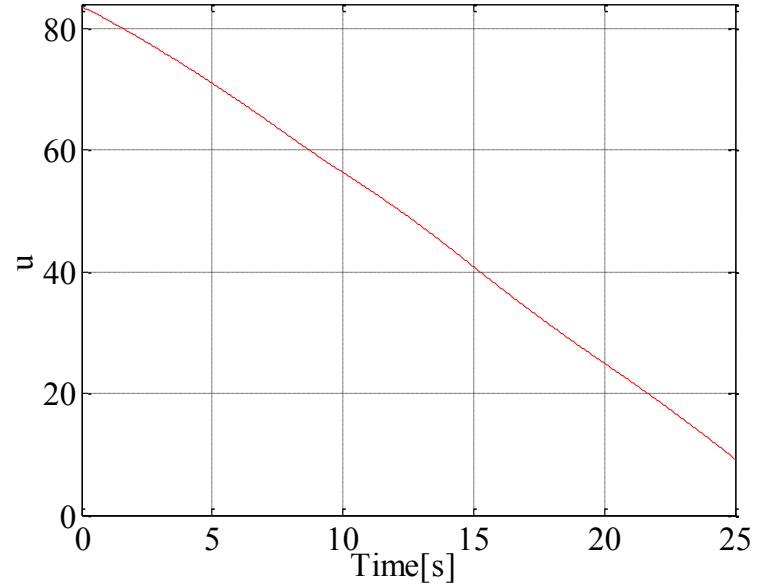
**Switching method **With**  
**IMC (Proposed)****

## Linear velocity $u(t)$

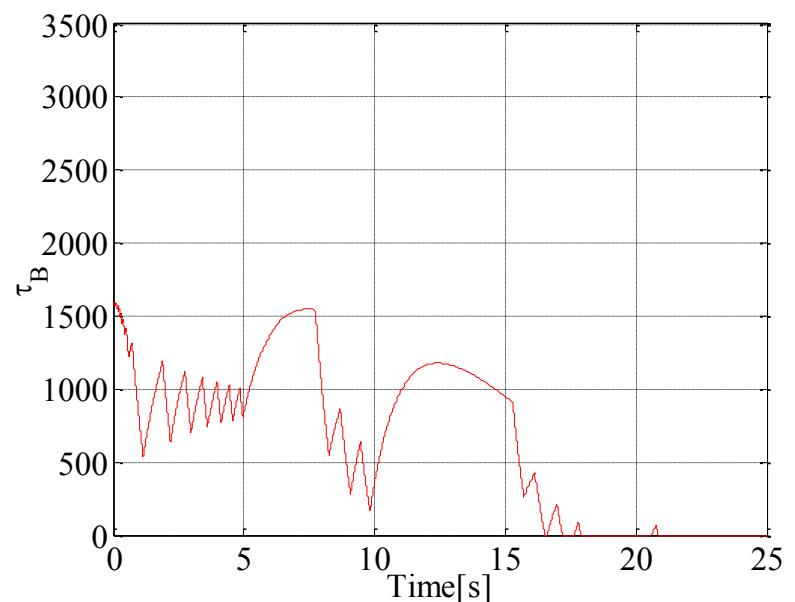
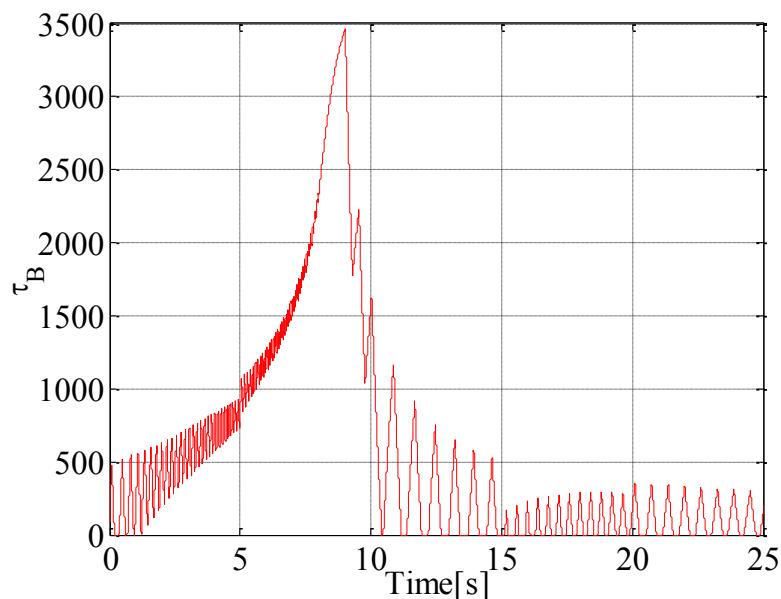


**Switching method  
without IMC**

**Switching method **With**  
**IMC (Proposed)****



# Control input $\tau_B$



**Switching method  
without IMC**

**Switching method **With**  
**IMC(Proposed)****

# 応用[3] 音源方向推定(振幅可変)

## 背景

- ・頭部に耳があることの必然性
- ・話者方向推定の一連の流れ

従来法:MUSIC法, ESPRIT法

目的 (運動系と音響系を同時に制御できない)

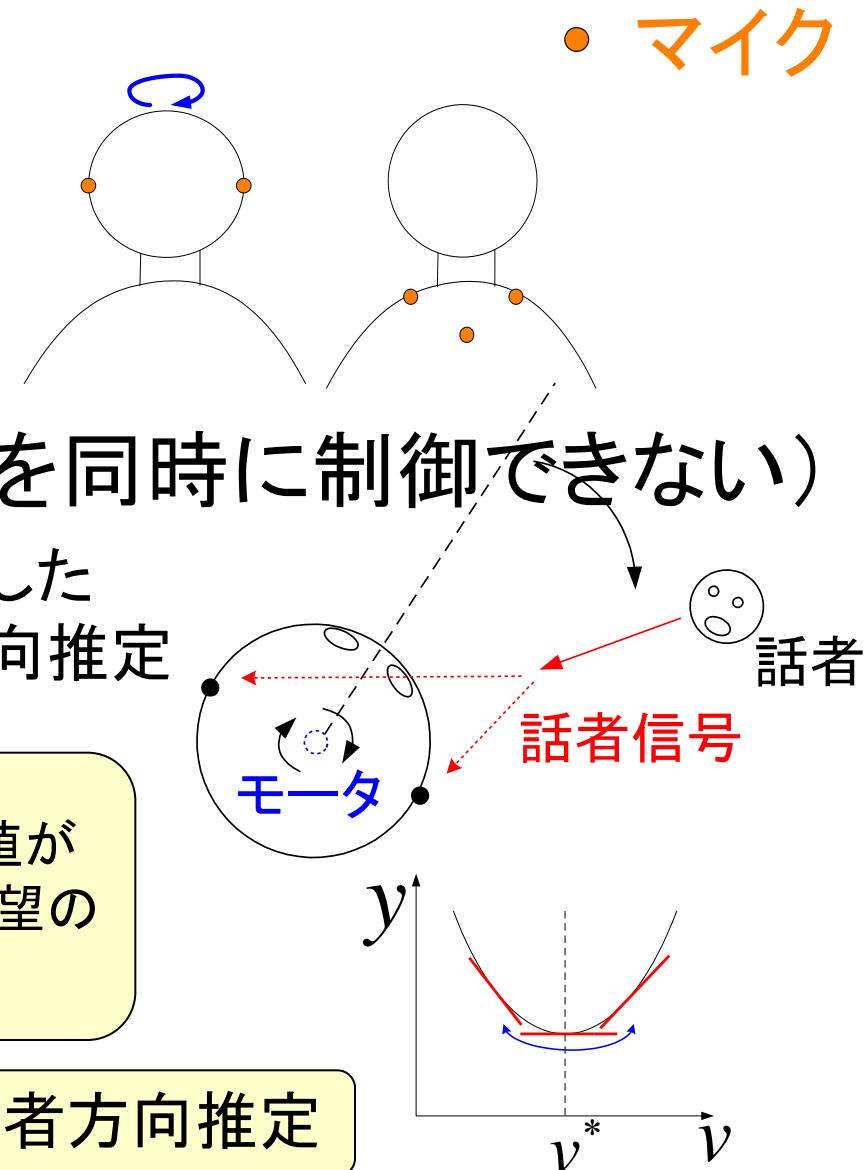
- ・音響系と運動系を同時に制御した  
話者方向推定

## 極値制御手法

システムの状態や評価関数の所望の値が未知なとき、その状態や評価関数の所望の値を探索し、維持する制御手法

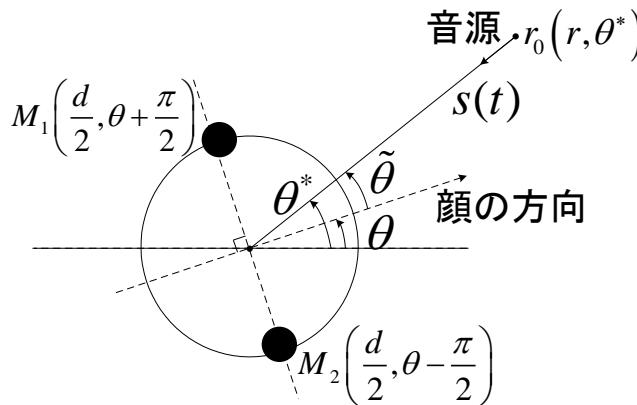


極値制御手法を用いた話者方向推定

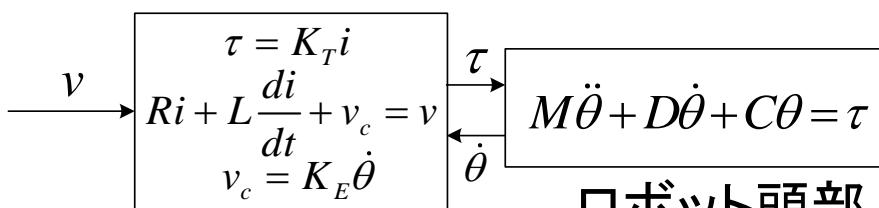


# ロボット頭部の運動系とマイクロホン音響系

## マイクと顔の方向、話者方向の位置関係



## サーボモータと頭部運動系のモデリング



サーボモータ

ロボット頭部  
運動系

## 音響システム

受信信号を  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$  とする

$$x(t) = s(t) \mathbf{a}(r, -\tilde{\theta}, f) + \mathbf{n}(t)$$

$$\text{ただし, } \tilde{\theta}(t) = \theta^* - \theta(t), \quad \mathbf{a}(r, \theta, f) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\rho_s(\theta, f)} e^{j(\omega t - \Delta\varphi_s(\theta, f))} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta\varphi_s(\theta, f) = \arg(S_1(\theta, f)) - \arg(S_2(\theta, f)), \quad \rho_s(\theta, f) = \frac{|S_1(\theta, f)|}{|S_2(\theta, f)|}$$

$$S_1(\theta, f) = S\left(\frac{\pi}{2} - \theta, f\right), \quad S_2(\theta, f) = S\left(-\frac{\pi}{2} - \theta, f\right)$$

$$S(\theta, f) = -\left(\frac{c}{\pi df}\right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \theta) \frac{h_n^{(1)}\left(\frac{2\pi r_0}{c} f\right)}{h_n^{(1)'}\left(\frac{\pi d}{c} f\right)}$$

$c$ : 音速,  $d$ : ロボット頭部の直径

$r_0$ : 音源までの距離,  $P_n$ : 第一種Legendre関数

$h_n^{(1)}$ : 第一種球ハンケル関数  $\arg(S)$ :  $S$  の偏角

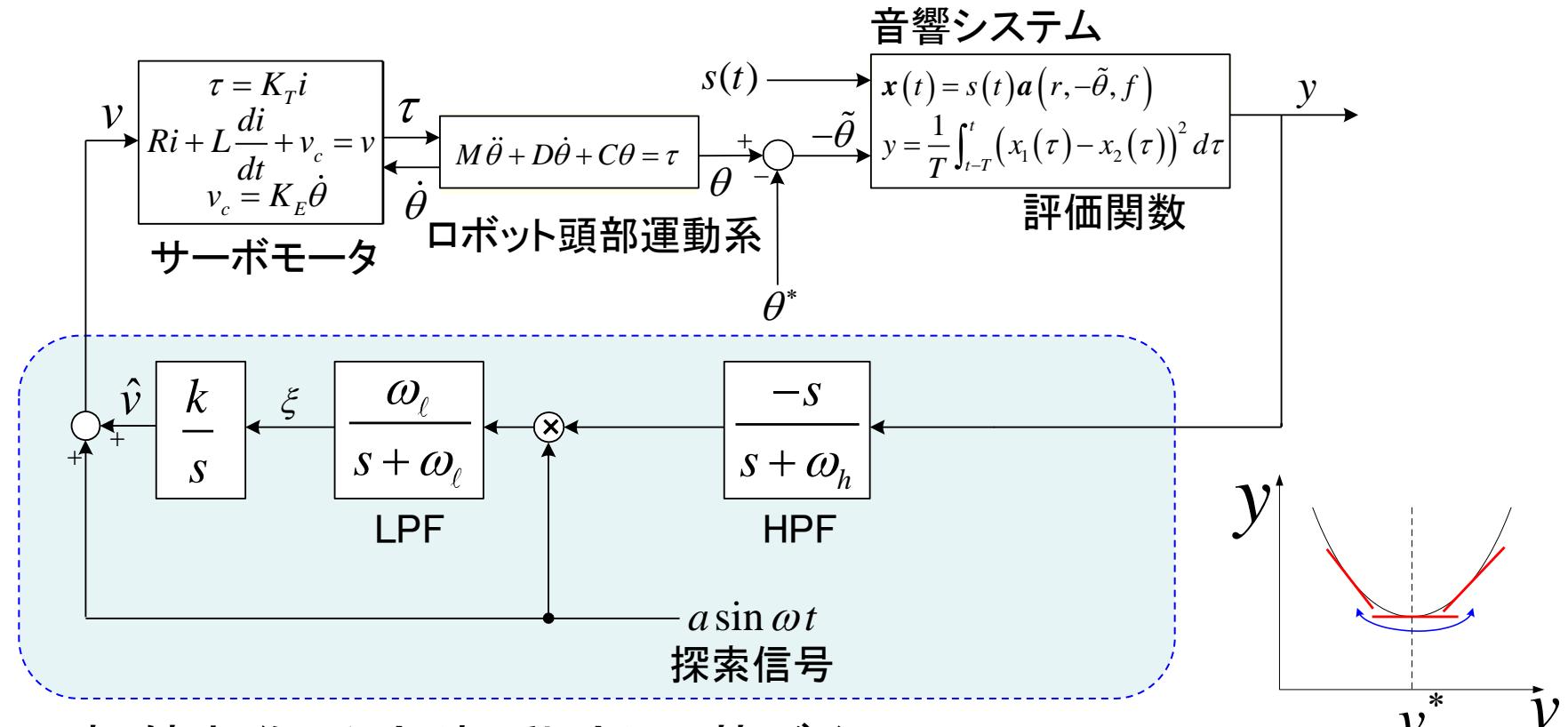
$n(t)$ : ノイズ信号,  $s(t)$ : 代表周波数  $f$  の話者音

$i$ : 電流,  $v$ : 電圧,  $\theta$ : 顔の方向,  $\tau$ : トルク,  $R$ : 抵抗,  $L$ : インダクタンス

$K_E$ : 逆起電力定数,  $K_T$ : トルク定数,  $M$ : 慣性モーメント,  $D$ : ダンピング定数

$C$ : ねじりばね定数

# 極値探査法の応用



極値制御手法(摂動法)に基づくコントローラ

システムを静的なものと仮定. 局所的な解析により

$y \rightarrow 0$  とする  $v$  の真値  $v^*$  との誤差  $\tilde{v} = v^* - v$  は

$$\dot{\tilde{v}} \approx -\frac{ka^2 |y''|}{2} \tilde{v} \quad k > 0 \text{ より, } \tilde{v} \rightarrow 0 \text{ 近傍に収束. } y \rightarrow 0 \text{ 近傍に収束.}$$

# 数値シミュレーション

各パラメータ設定

モータ&頭部運動系

$$R = 4.9, L = 0.018, K_E = K_T = 0.405, M = 0.01, D = 0.12, C = 0.9$$

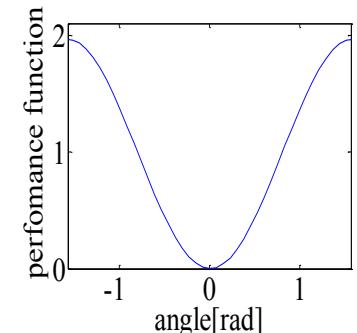
音響システム

$$c = 340, d = 0.2, s(t) = \sin(2\pi 140t)$$

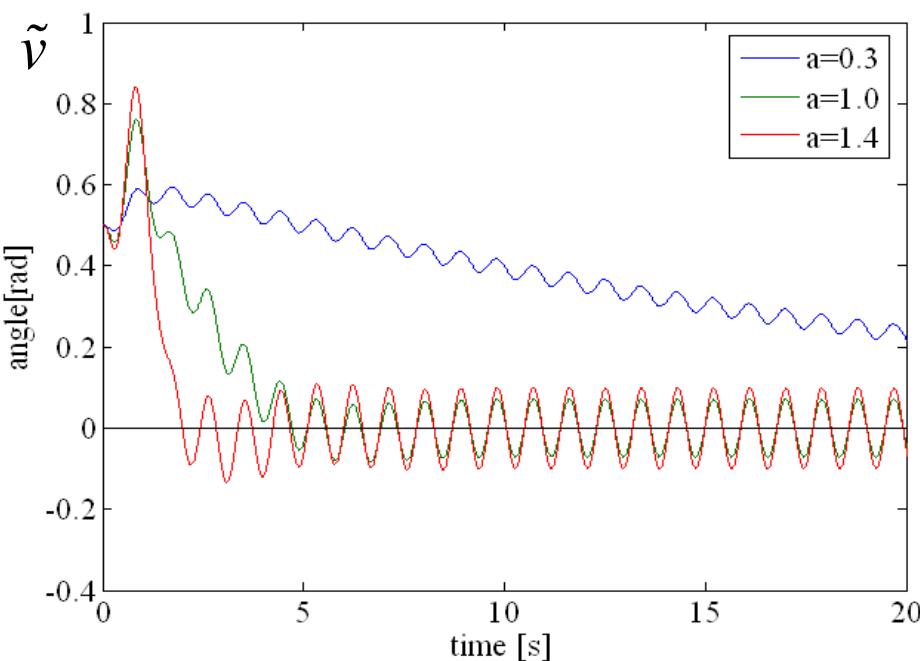
振動法に基づくコントローラ

$$\omega_l = 2, \omega_h = 6.6, k = 1000, T = 0.1, \omega = 2.23, v(0) = 0, v^* = 0.5$$

探索信号の振幅 $a$ を変えてシミュレーションを行った



$y$ と $\tilde{v}$ の関係



顔方向と話者方向との誤差角度 $\tilde{\theta}$ の推移

- ・追従後の定常振動の大きさは探索信号の振幅 $a$ に依存する。
- ・追従速度は探索信号の振幅 $a$ に依存する

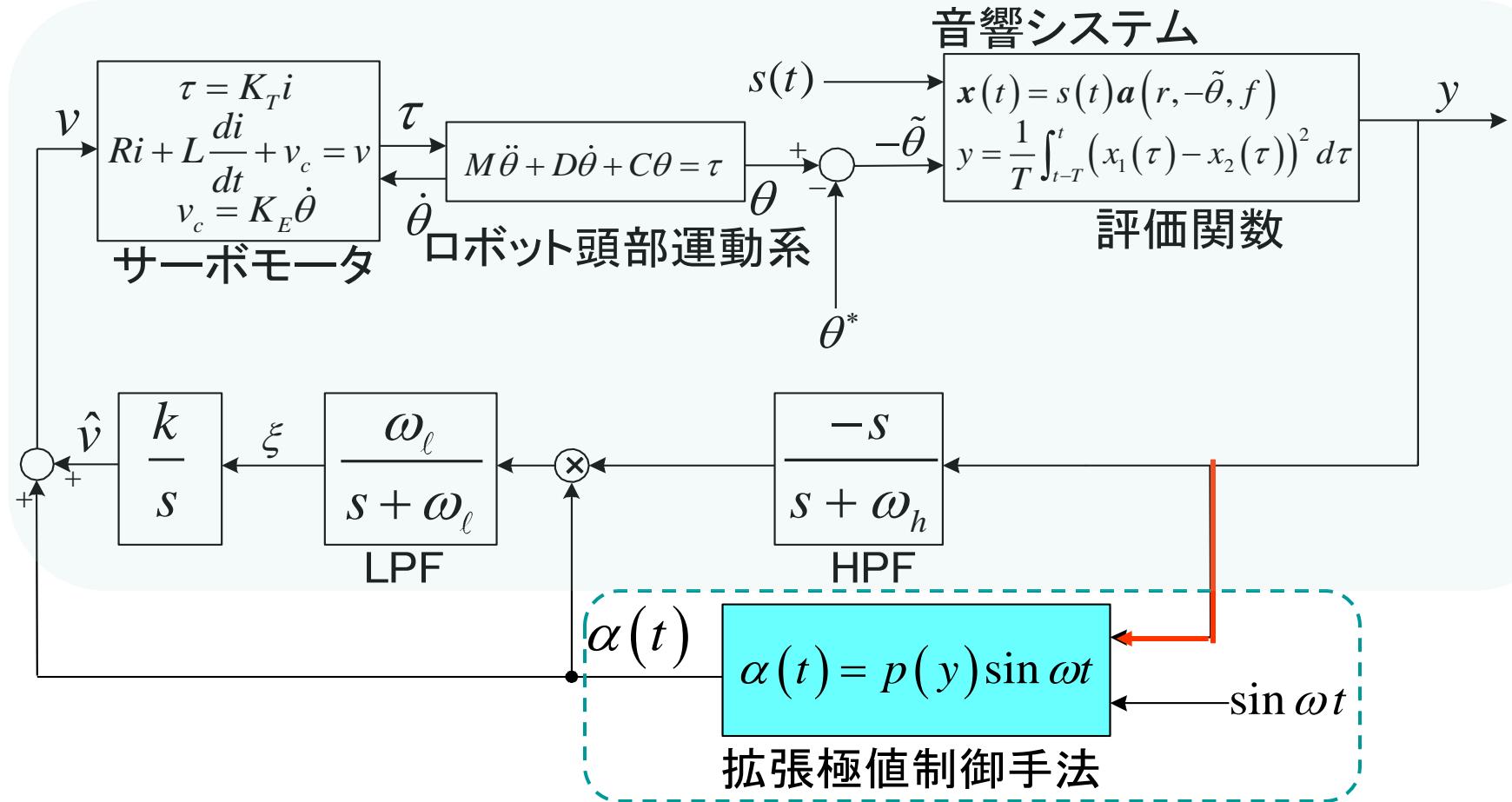
ゼロ近傍での定常振動が小さく、  
収束速度の速い振幅が望ましい

評価関数の値を振幅に利用



拡張極値制御手法

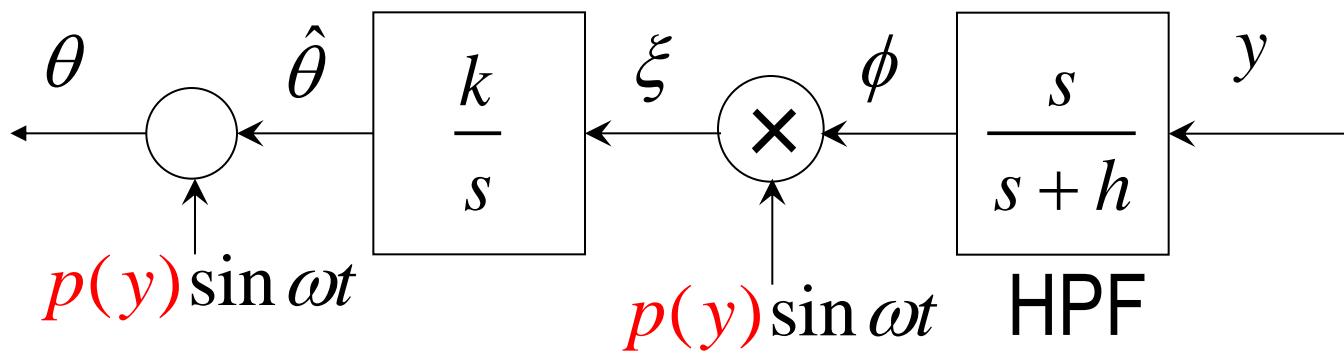
# 振幅可変機構をもつ極値探査法



$p(y)$ は連続微分可能で単調増加であり

$$p(y) \geq 0$$

を満足する関数とする



$$y = f^* + \frac{f''}{2} (p(y) \sin \omega t - \tilde{\theta})^2$$

$$= f^* + \frac{f''}{2} \left[ p(y)^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) - 2p(y) \sin \omega t \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^2 \right]$$

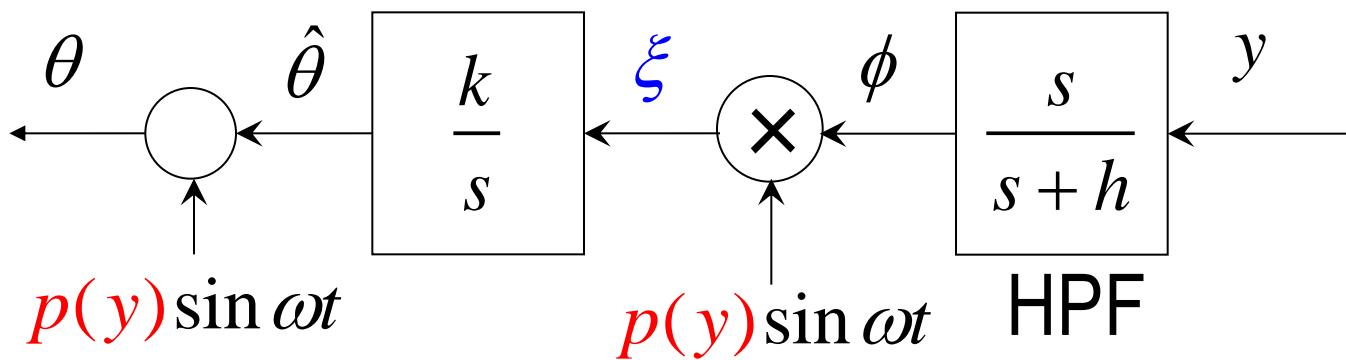
$$\phi = \frac{s}{s+h}[y] = \frac{f''}{2} \left[ p(y)^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) - 2p(y) \sin \omega t \tilde{\theta} \right]$$

$$\xi = \phi \cdot p(y) \sin \omega t = \frac{f''}{2} \left[ p(y)^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) - 2p(y) \sin \omega t \tilde{\theta} \right] p(y) \sin \omega t$$

$$= \frac{f''}{4} p(y)^3 \sin \omega t - \frac{f'' p(y)^3}{4} \sin \omega t \cos 2\omega t - f'' p^2(y) \sin^2 \omega t \tilde{\theta}$$

$$= \frac{f''}{4} p(y)^3 \sin \omega t - \frac{f'' p(y)^3}{4} \frac{\sin \omega t - \sin 3\omega t}{2} - f'' p^2(y) \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \tilde{\theta}$$

ローカル解析



$$\xi = \frac{f''}{4} p(y)^3 \sin \omega t - \frac{f'' p(y)^3}{4} \frac{\sin \omega t - \sin 3\omega t}{2} - f'' p^2(y) \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \tilde{\theta}$$

$$\rightarrow -\frac{f'' p_{low}^2(y)}{2} \tilde{\theta} = \frac{|f''| p_{low}^2(y)}{2} \tilde{\theta}$$

$f'' < 0$



$$\begin{aligned}\tilde{\theta} &:= -\hat{\theta} + \theta^* \\ \Rightarrow \dot{\tilde{\theta}} &= -\dot{\hat{\theta}} + \dot{\theta}^* = -\dot{\hat{\theta}} = -k\xi = -\frac{k|f''| p_{low}^2(y)}{2} \tilde{\theta}\end{aligned}$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\frac{k|f''| p_{low}^2(y)}{2} \tilde{\theta}$$

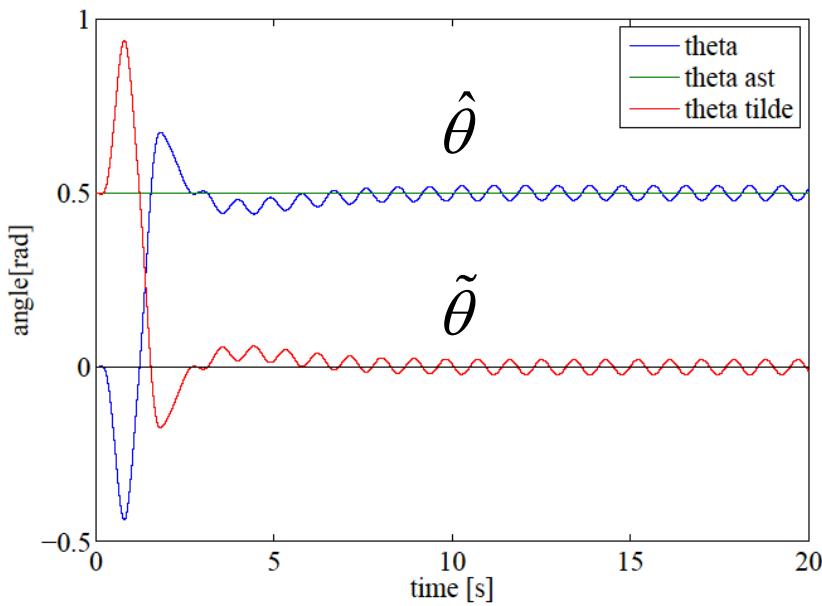
従来法  $\dot{\tilde{\theta}} = -\frac{k|f''| a}{2} \tilde{\theta}$

# 振幅可変機構をもつ極値制御手法のシミュレーション

## 従来法と提案法の比較

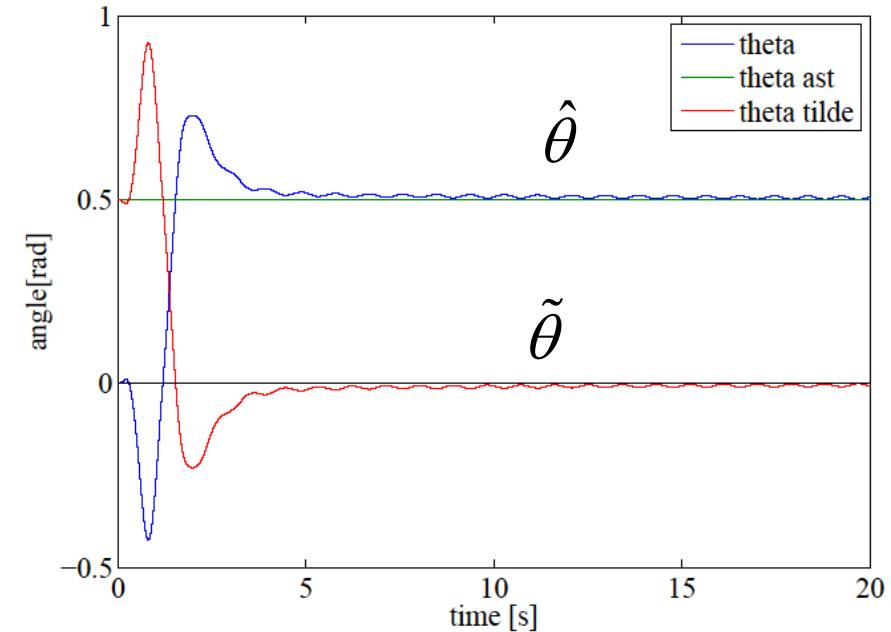
音源の位置  $\theta^* = 0.5$   
顔の初期方向  $\theta_0 = 0$

従来



従来法の探索信号  $\alpha(t) = 0.3 \sin \omega t, k = 6800$   
提案法の探索信号  $\alpha(t) = 1.7\sqrt[3]{y} \sin \omega t, k = 950$

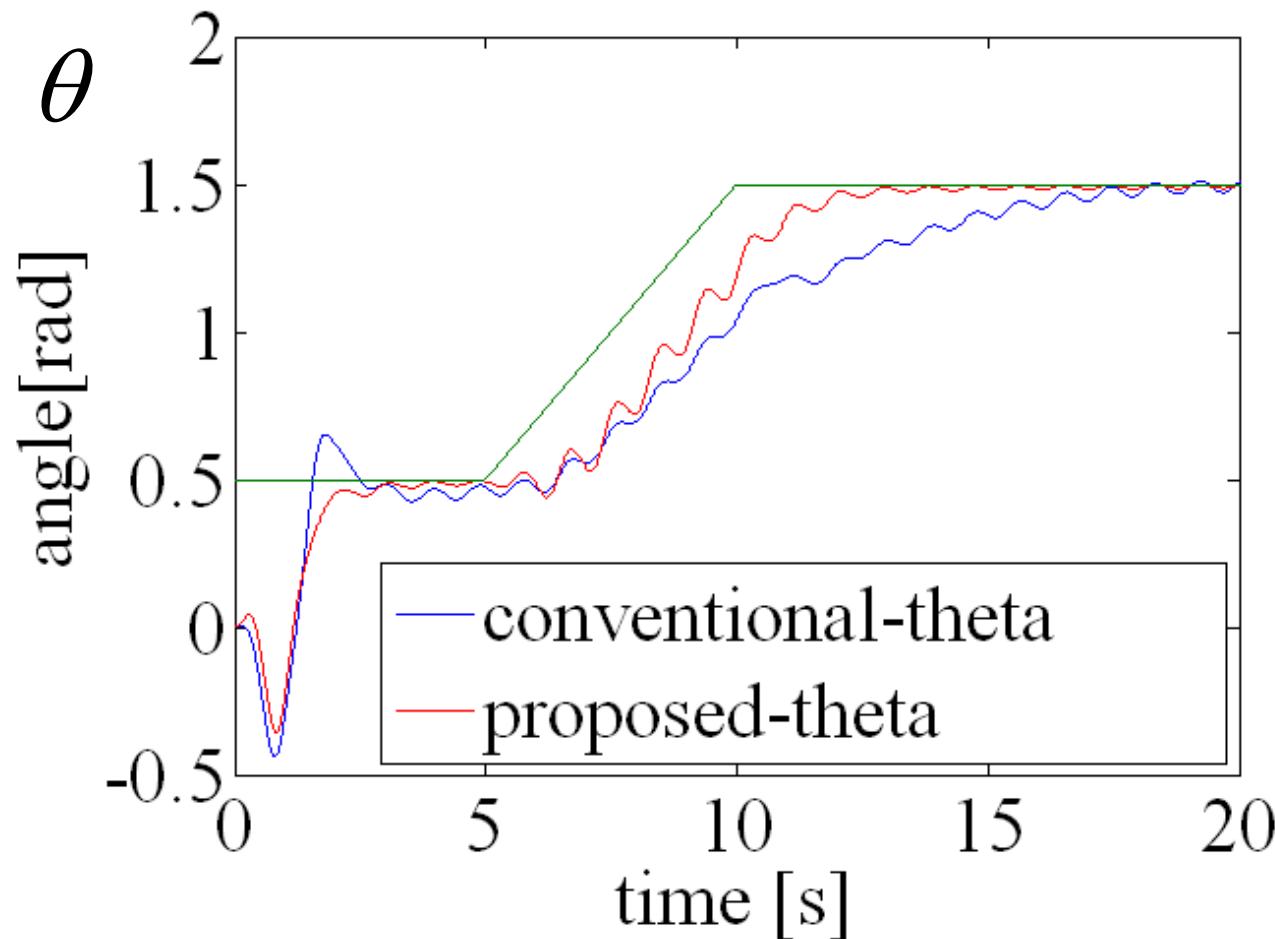
提案



従来法(左)と提案法(右)のシミュレーション比較

# 音源方向が時間変化する場合の応答

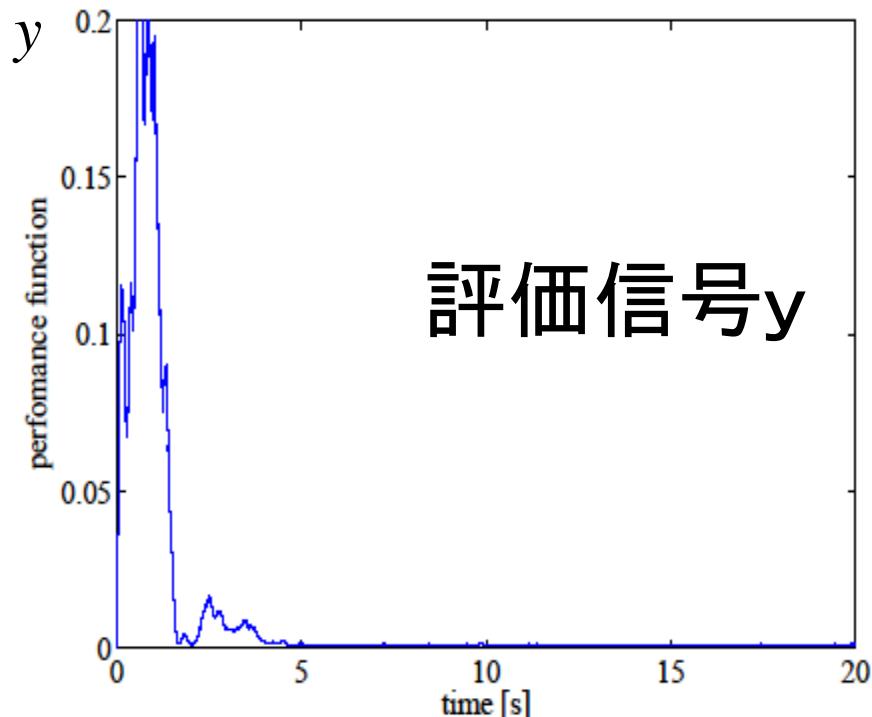
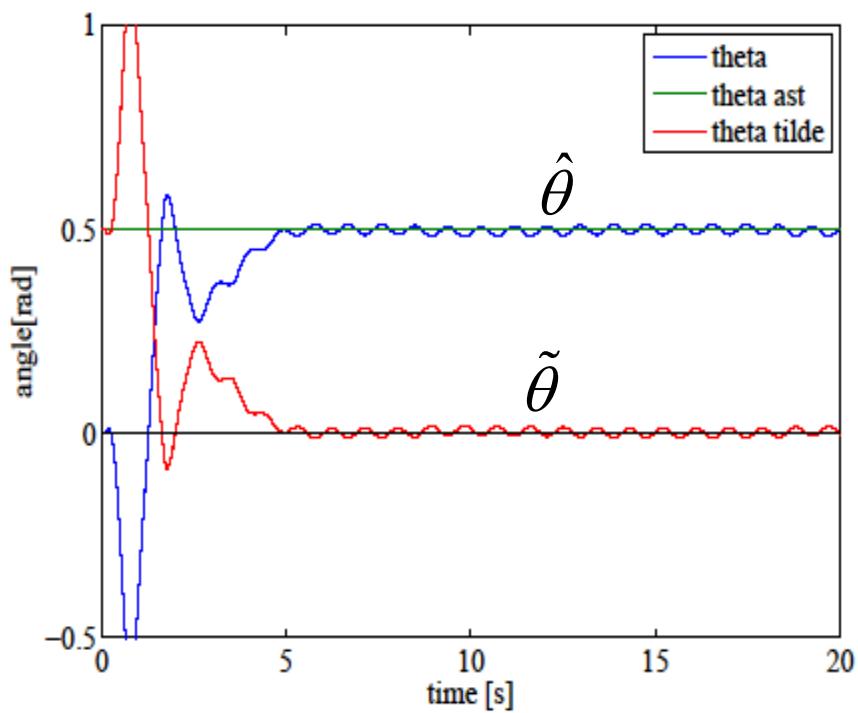
## 移動音源に対する音源方向推定



移動音源に対する音源方向推定

# 実音データによる有効性検証

実音データを用いて音源方向推定を行った



実音データによる音源方向推定(提案法)

## 応用 [4]PID パラメータ調整(離散ES)

Proportional term:  $u_p(t) = Ke(t)$

$$e(t) := r(t) - y(t)$$

Integral term:  $u_I(t) = \frac{K}{T_I} \int e(\tau) d\tau$

gain

Derivative term:  $u_D(t) = KT_D \frac{de(t)}{dt}$

Integral time

Derivative time

There are many methods of PID Tuning

Some require a plant model or special experiment

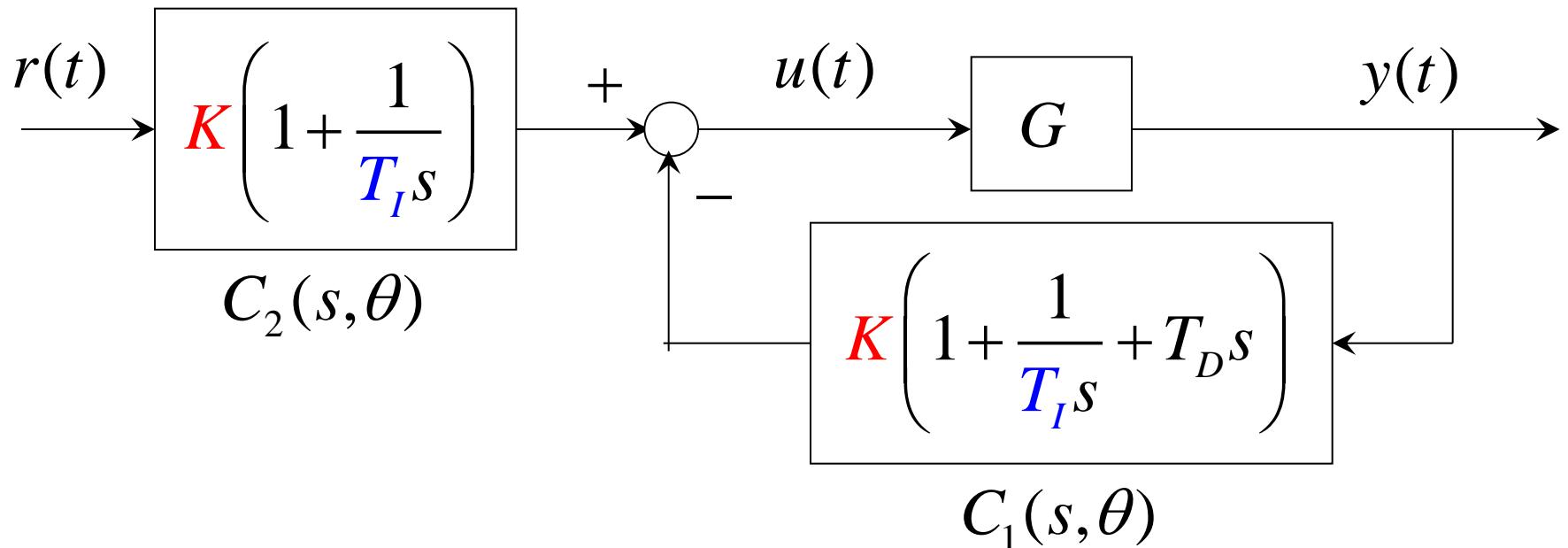
- Ziegler-Nichols (ZN) method
- Kappa-Tau Tuning
- Internal model control method (IMC)

Closed loop method

- Relay feedback tuning
- Iterative feedback Tuning (IFT)

We will apply discrete version of ES to tune PID parameters. Goal to optimize step response of a closed loop system. Method can tune controller for many plants in only a few iterations. Yields performance at least as good as many popular PID tuning methods.

# PID Parameter-Tuning using ES



Two-degree of freedom PID controller

Tuning PID Parameters  $\theta := [K \quad T_I \quad T_D]$

# Implementation

① 第k回目のステップ応答試験で用いるPIDパラメータを次とする.

$$\theta[k] := [K[k] \quad T_I[k] \quad T_D[k]]$$

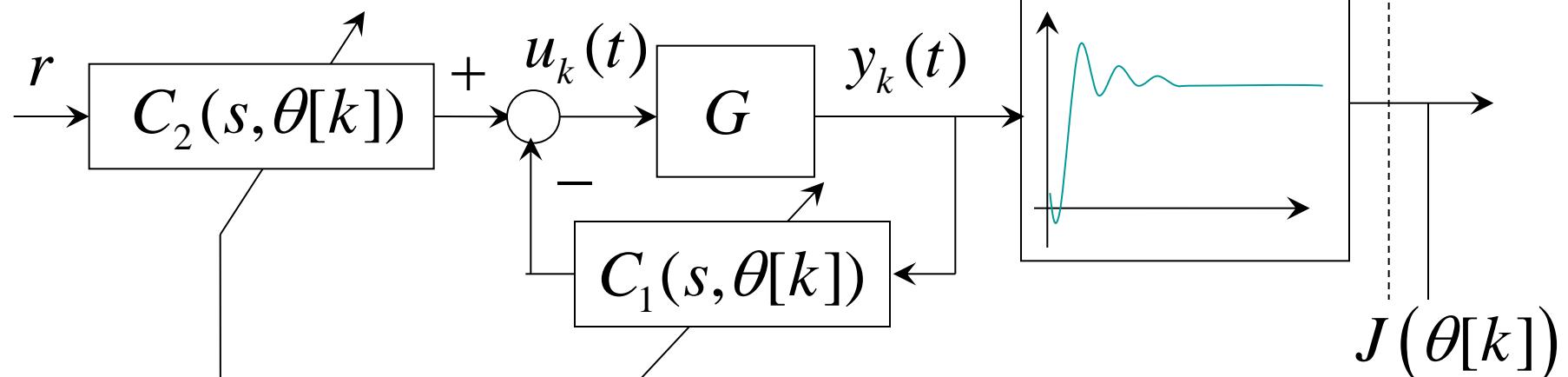
② つぎの評価関数  $J(\theta[k])$  を計算する.

$$J(\theta[k]) := \frac{1}{T - t_0} \int_{t_0}^T (r - y_k(t))^2 dt$$

ただし,  $y_k(t)$  はk回目のステップ応答試験における出力

③ ②で求めたJを最小にするPIDパラメータを離散時間ESアルゴリズムで求める.

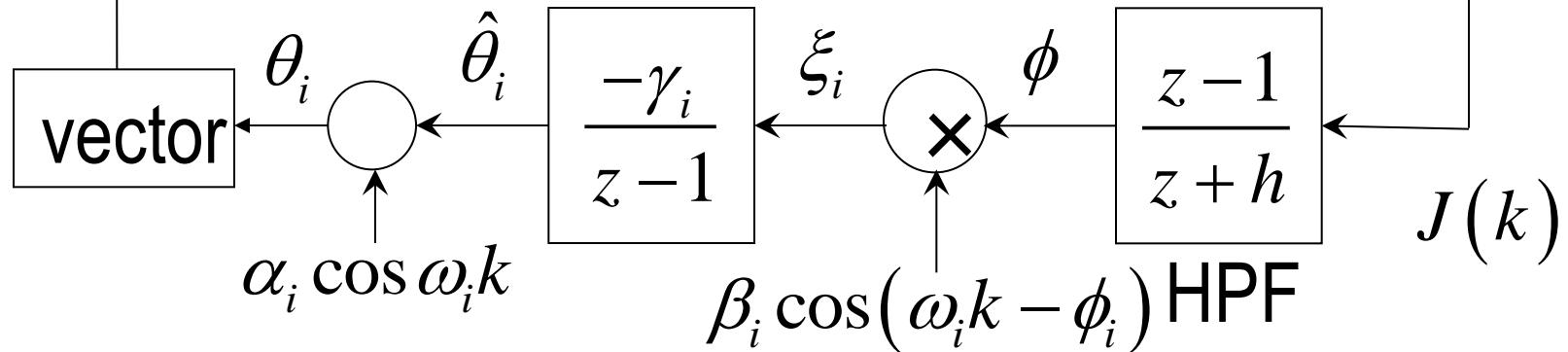
$$\theta[k+1] = [K[k+1] \quad T_I[k+1] \quad T_D[k+1]]$$



$$\theta[k] = [\theta_1[k] \quad \theta_2[k] \quad \theta_3[k]]$$

連續時間

$$J(\theta[k])$$



離散時間多変数ESアルゴリズム

# ***Simulations*** [Kilingsworth]

(1) Four Plants:

$$G_1(s) = \frac{e^{-5s}}{1 + 20s}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{(1 + 10s)^8}$$

$$G_2(s) = \frac{e^{-20s}}{1 + 20s}$$

$$G_4(s) = \frac{1 - 5s}{(1 + 10s)(1 + 20s)}$$

(2) Comparison:

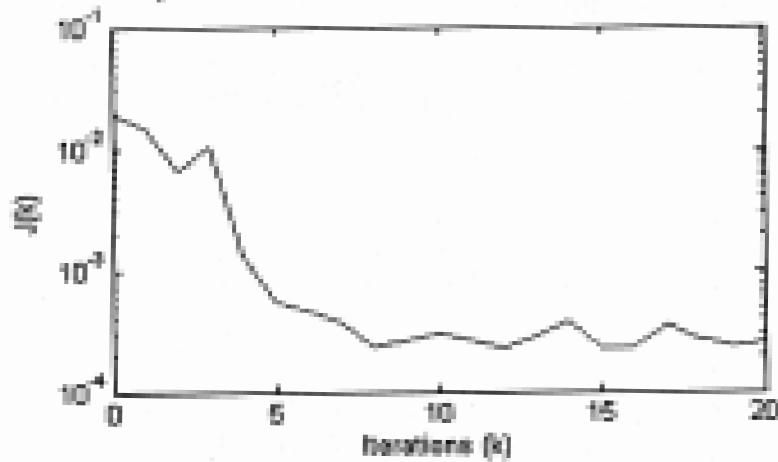
ZN: The Ziegler-Nichols tuning rules

IMC: The internal model control method

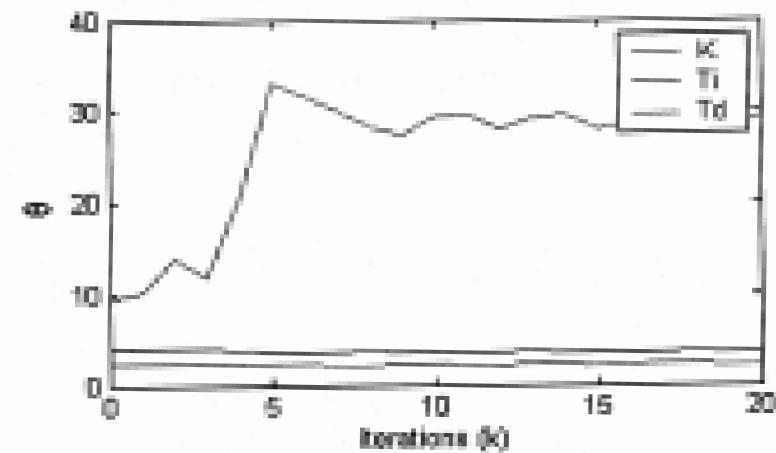
IFT: The iterative feedback tuning method (Gevers, 94, 98)

$$G_1(s) = \frac{e^{-5s}}{1 + 20s}$$

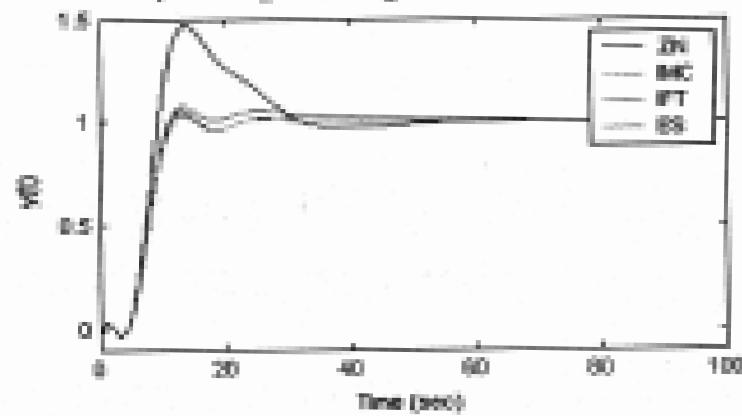
a) Evolution of Cost Function



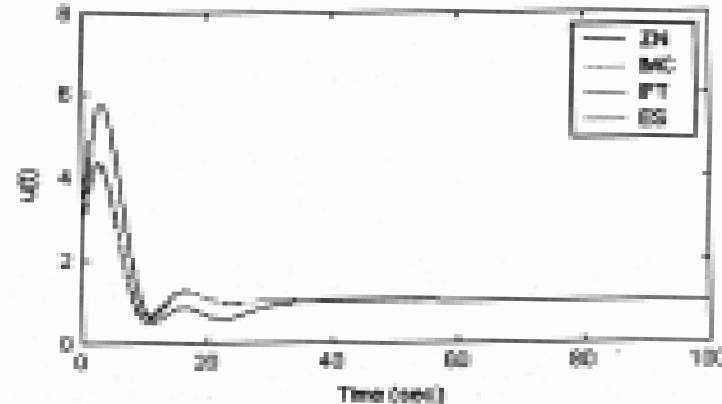
b) Evolution of PID Parameters



c) Step Response of output

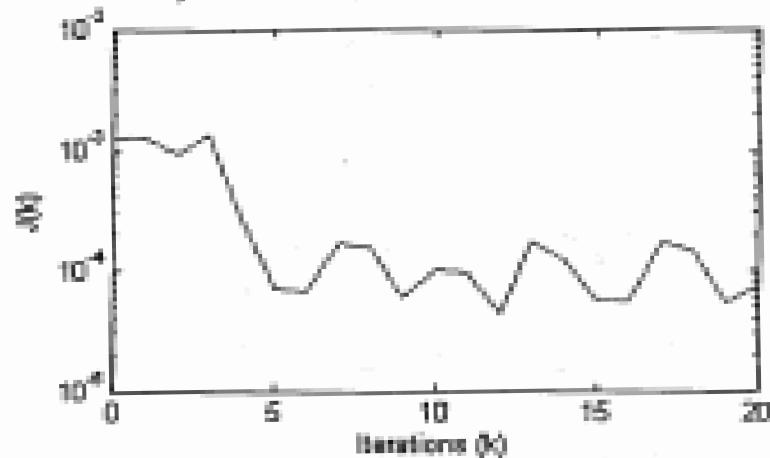


d) Step Response of controller

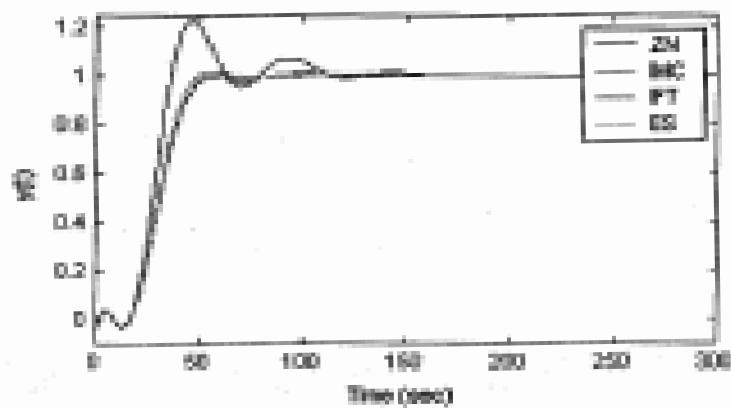


$$G_2(s) = \frac{e^{-20s}}{1 + 20s}$$

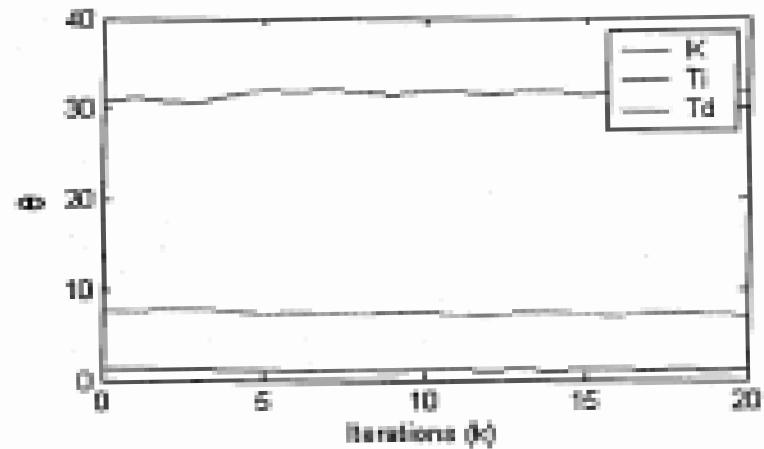
a) Evolution of Cost Function



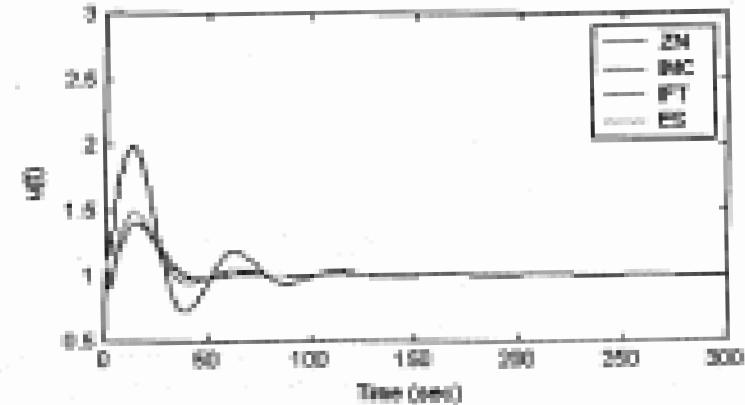
c) Step Response of output



b) Evolution of PID Parameters

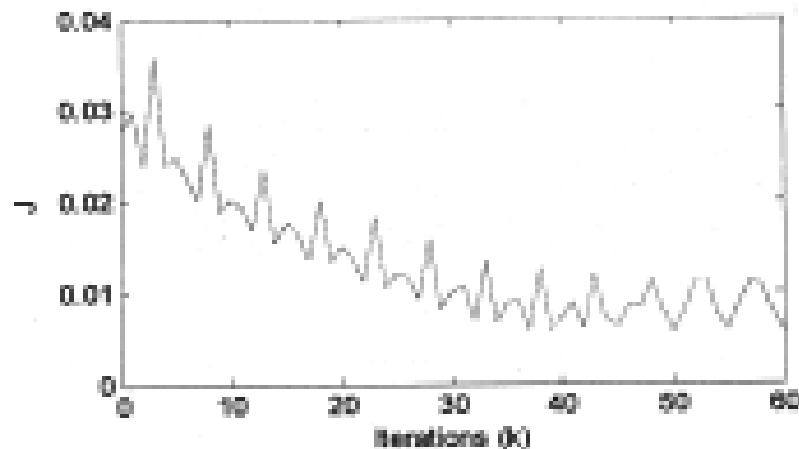


d) Step Response of controller

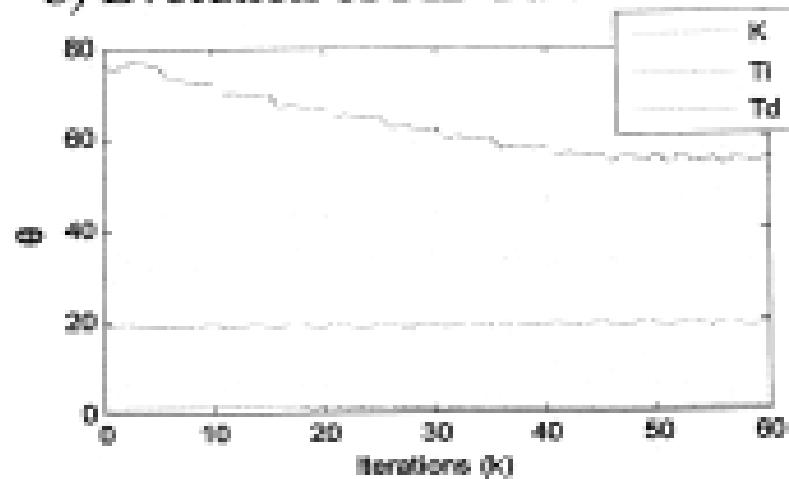


$$G_3(s) = \frac{1}{(1+10s)^8}$$

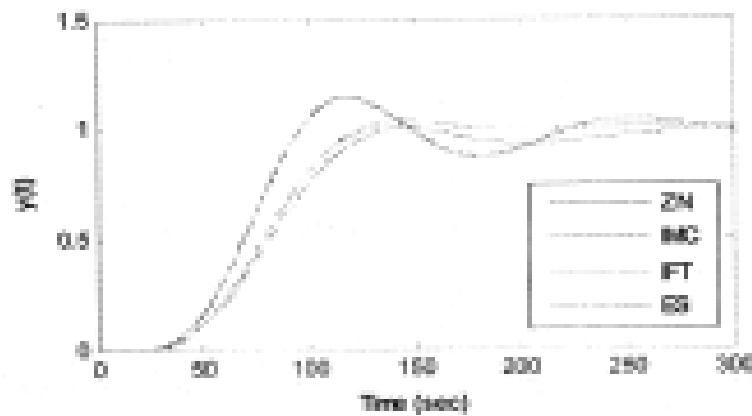
a) Evolution of Cost Function



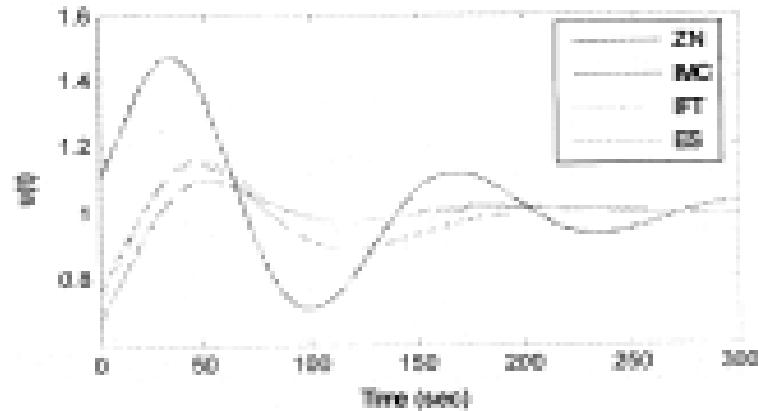
b) Evolution of PID Parameters



c) Step Response of output

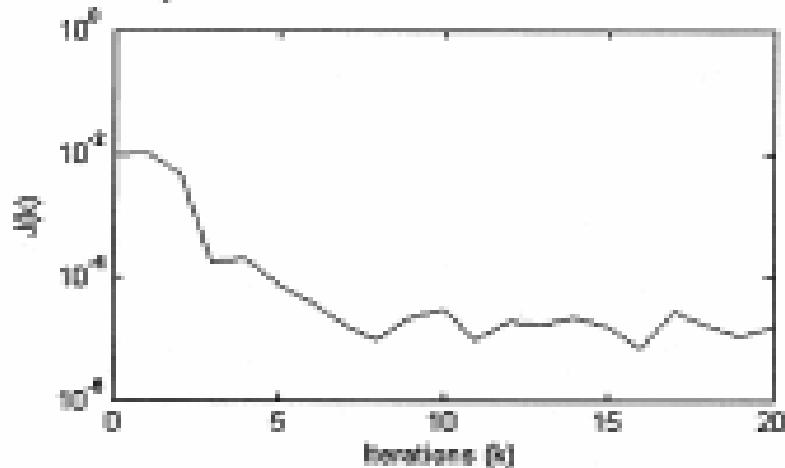


d) Step Response of controller

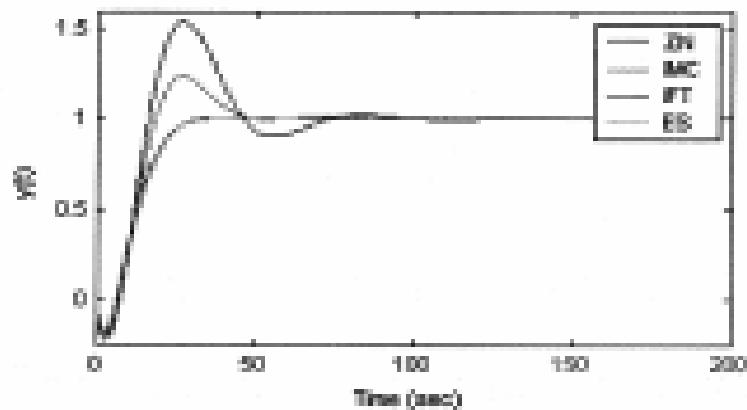


$$G_4(s) = \frac{1 - 5s}{(1 + 10s)(1 + 20s)}$$

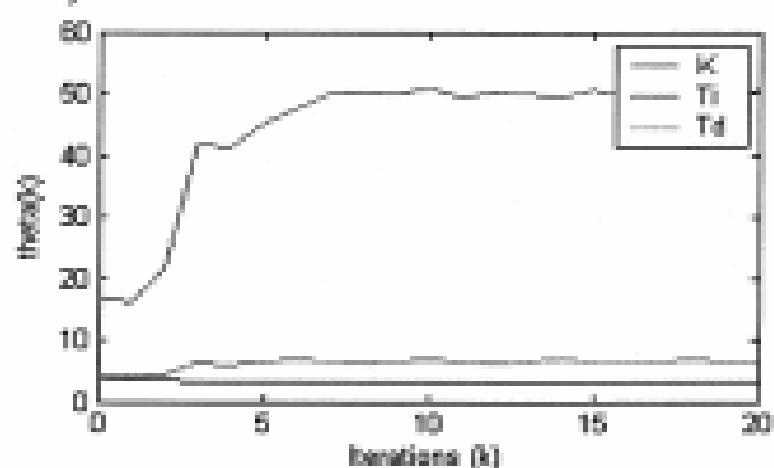
a) Evolution of Cost Function



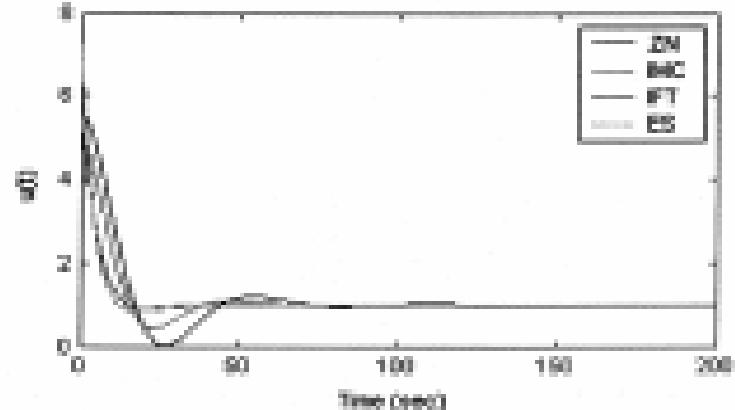
c) Step Response of output



b) Evolution of PID Parameters

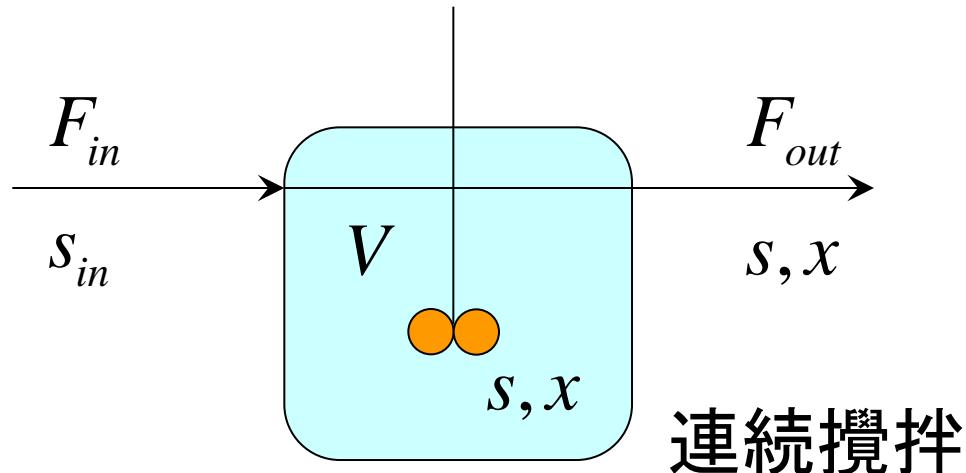


d) Step Response of controller



## 応用[5] 最適バイオリアクター

酵素や微生物を利用して、物質の分解・合成・化学変換を行う装置

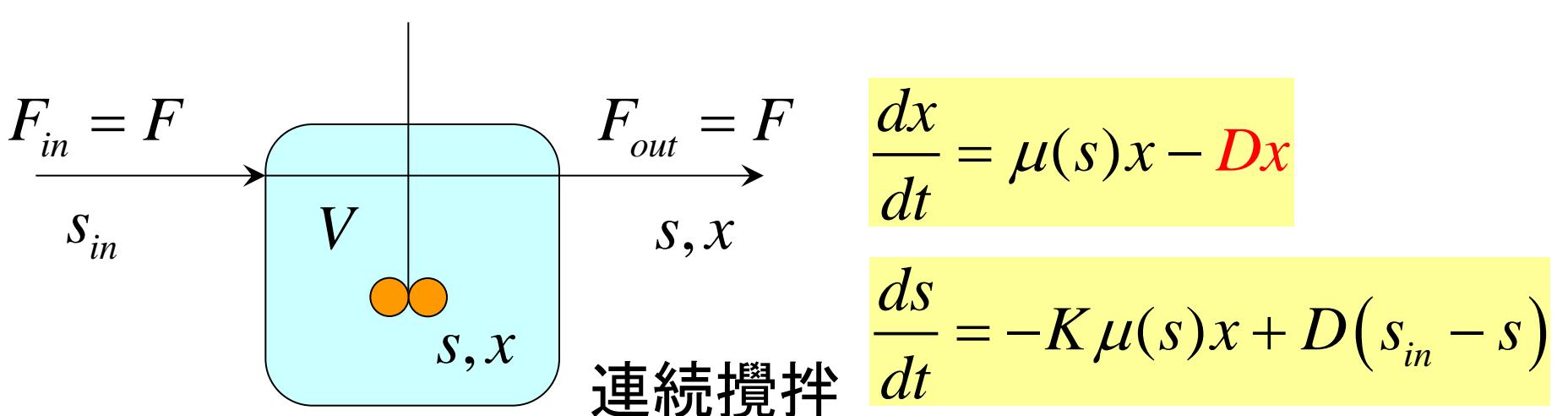


x:バイオマス濃度  
s:基質濃度  
 $\mu$ :増殖率  
K: 収量係数  
D=F<sub>in</sub>/V: 稀釀率

$$\frac{d(Vx)}{dt} = \mu(s)Vx - F_{out}x \longrightarrow \frac{dx}{dt} = \mu(s)x - Dx$$

$$\frac{d(Vs)}{dt} = -K\mu(s)Vx + F_{in}s_{in} - F_{out}s \rightarrow \frac{ds}{dt} = -K\mu(s)x + D(s_{in} - s)$$

$$\frac{dV}{dt} = F_{in} - F_{out} \xrightarrow[\substack{F_{in} = F_{out} \\ \text{連続攪拌}}]{} \frac{dV}{dt} = 0 \quad D = F_{in}/V$$



$$\frac{dx}{dt} = \mu(s)x - D x$$

$$\frac{ds}{dt} = -K\mu(s)x + D(s_{in} - s)$$

連續攪拌

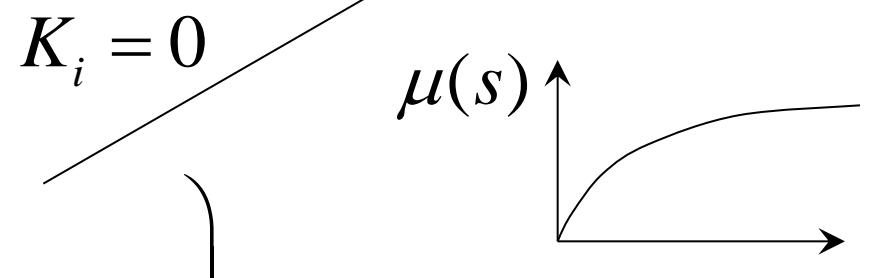
$D = F_{in}/V$  制御入力

$y = Dx$  これを最大にしたい

反応速度に見合った流入量を決定して,  $y=Dx$ を最大にしたい

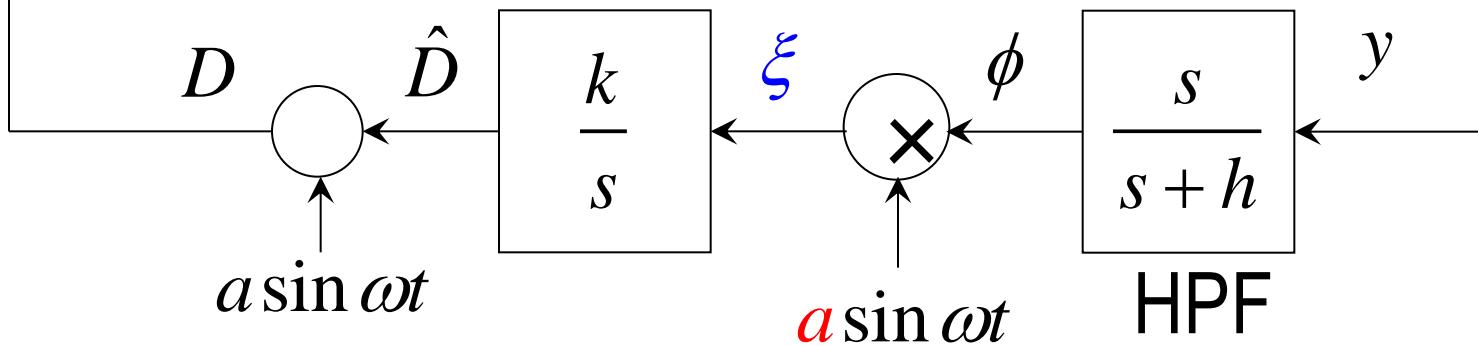
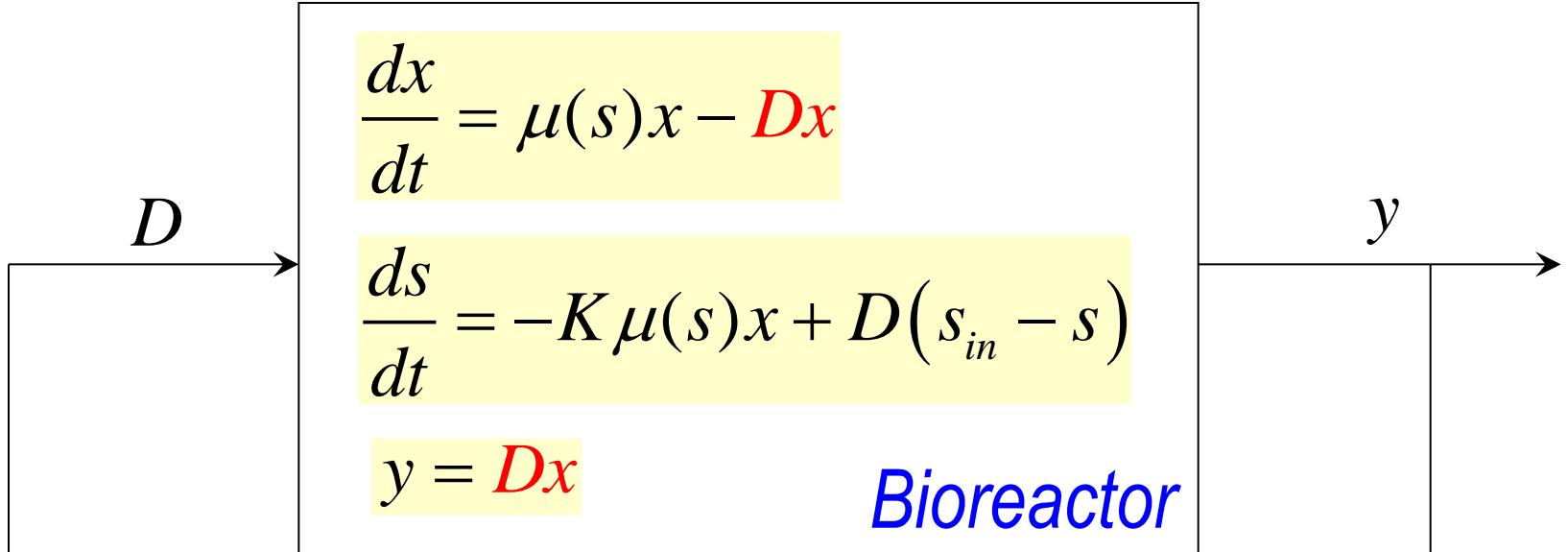
Monod model (Michaelis-Menten Law):

$$\mu(s) = \mu_{max} \left( \frac{s}{K_S + s} \right)$$



Haldane model (Andrews):

$$\mu(s) = \mu_{max} \left( \frac{1}{1 + (K_S/s) + (K_i/s)} \right)$$



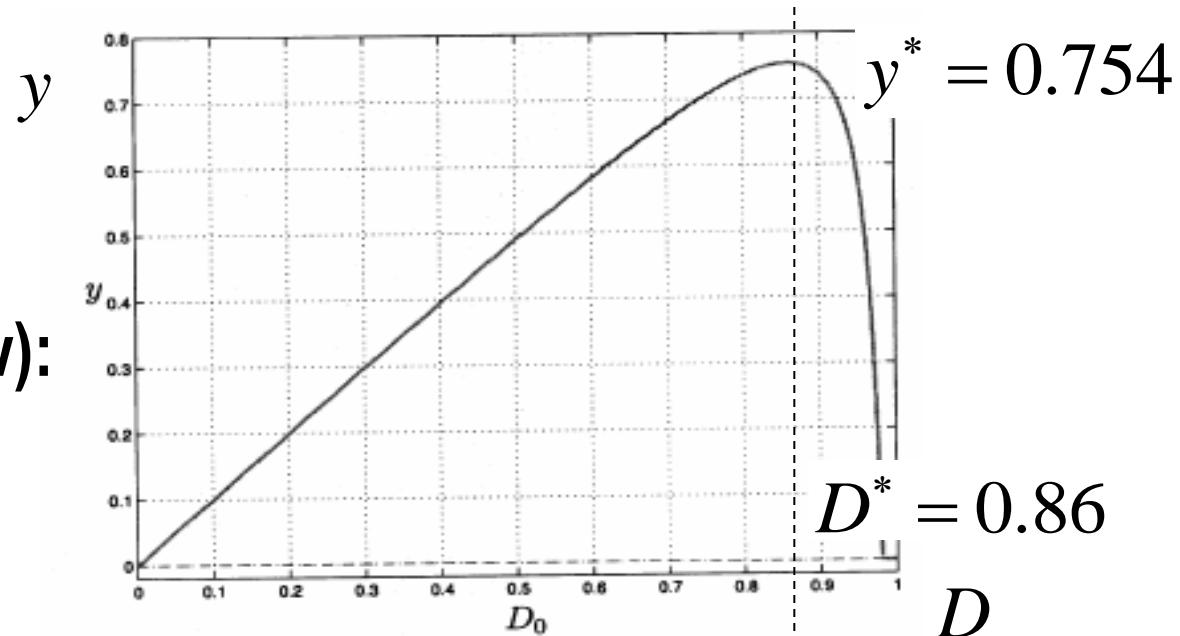
## シミュレーション

$$h = 0.04, \omega = 0.08, a = 0.03, k = 5$$

# 定常解析

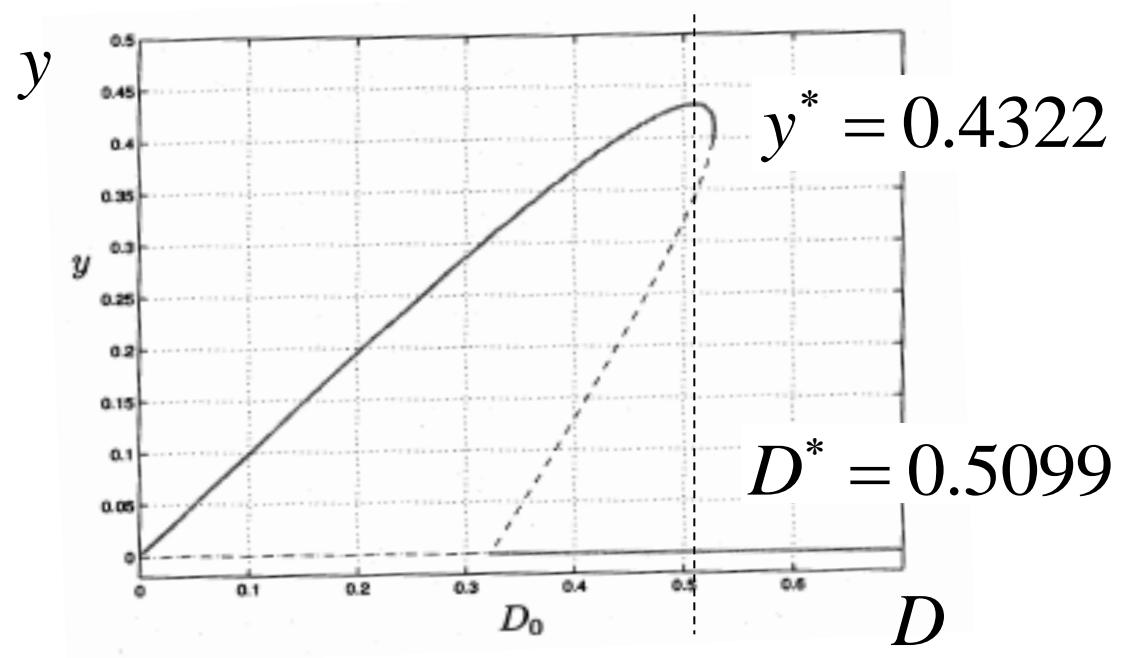
Monod model  
(Michaelis-Menten Law):

- [1]  $D(0) = 0.6$
- [2]  $D(0) = 0.9$

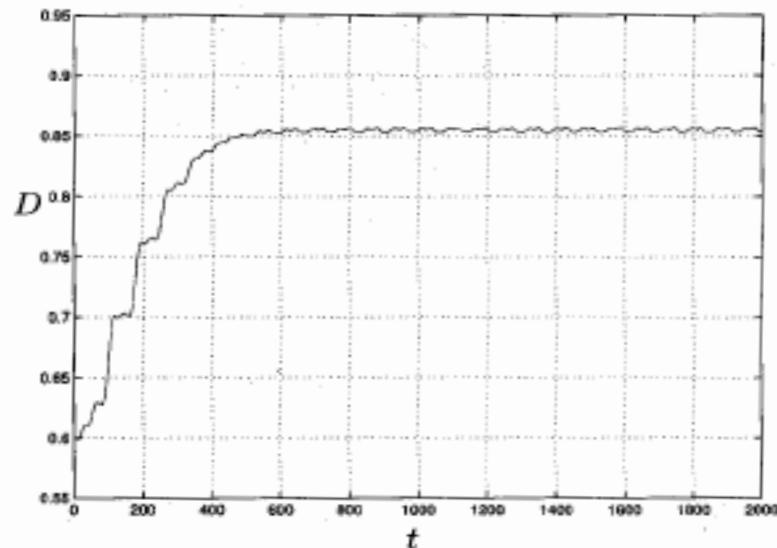
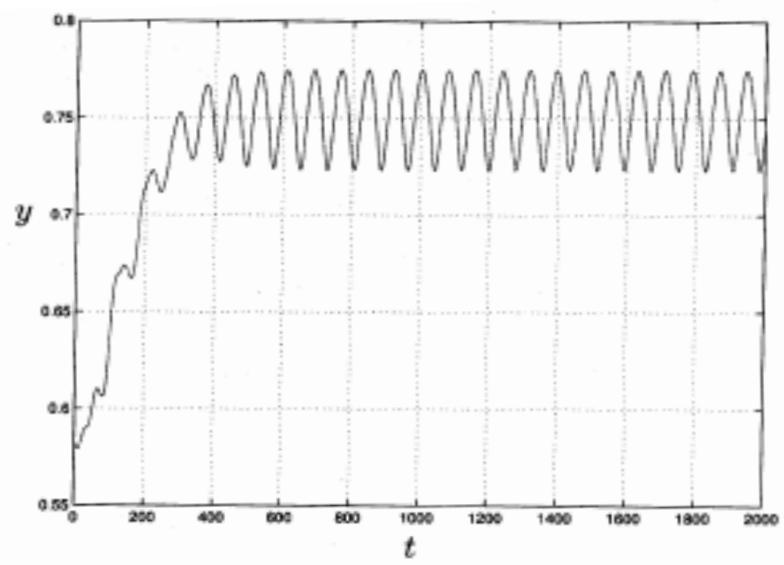
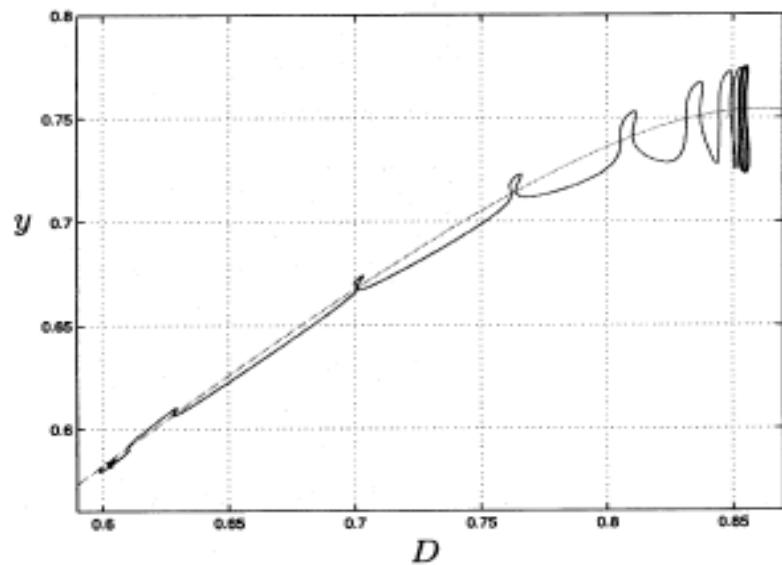


Haldane model  
(Andrews):

- [1]  $D(0) = 0.4$
- [2]  $D(0) = 0.52$



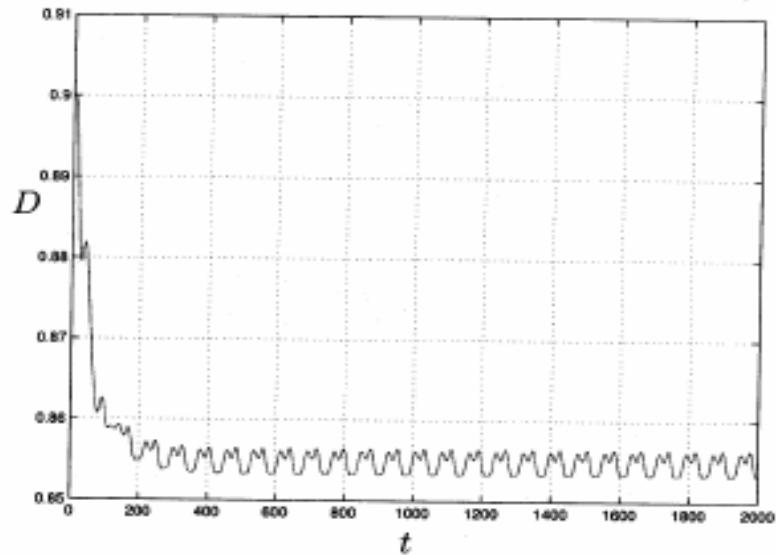
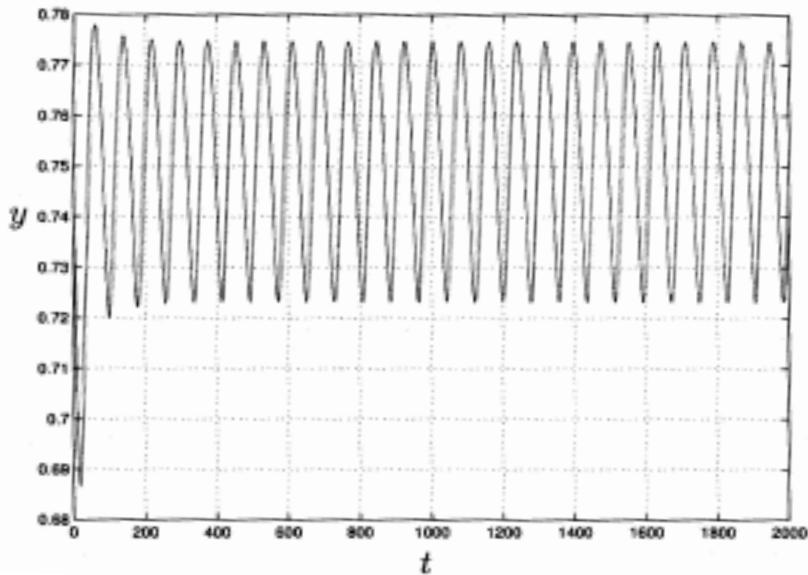
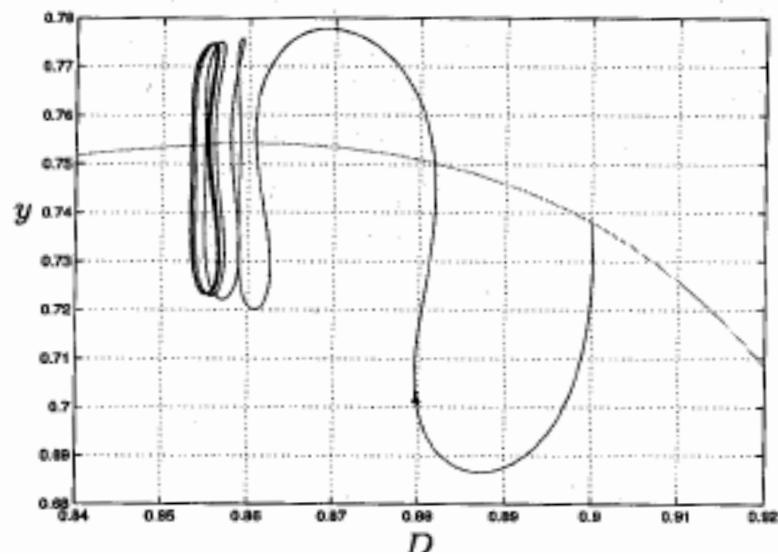
# Monod model (Michaelis-Menten Law) [1]



$$[1] D(0) = 0.6$$

$$D^* = 0.86$$

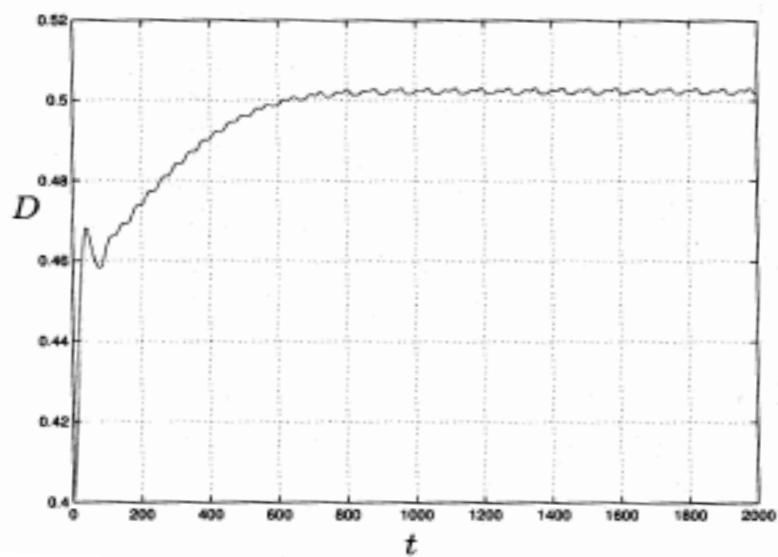
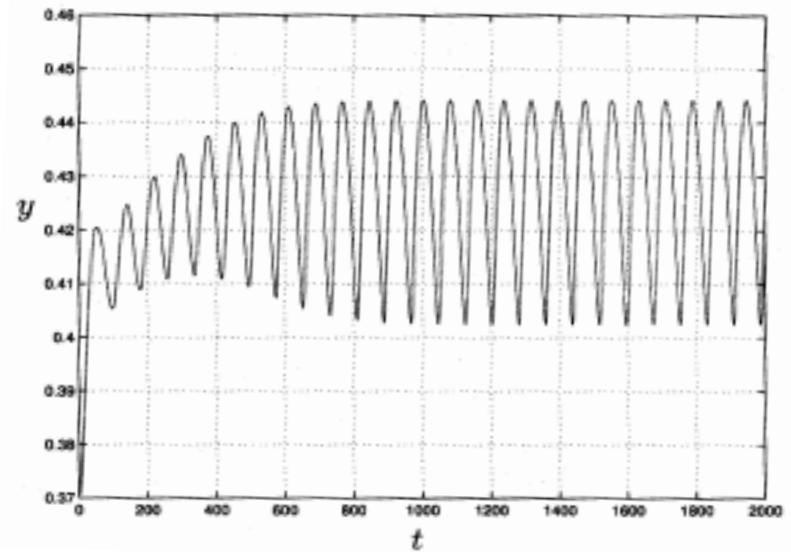
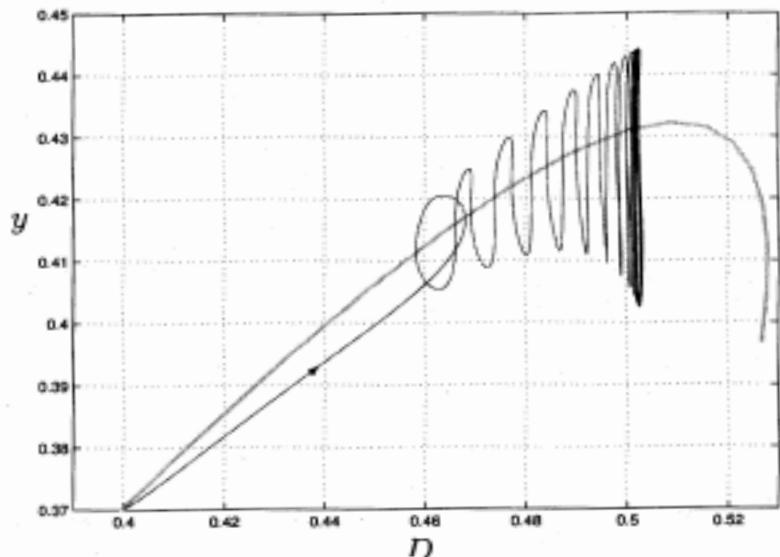
## Monod model (Michaelis-Menten Law) [2]



[2]  $D(0) = 0.9$

$$D^* = 0.86$$

# Haldane model (Andrews)[1]

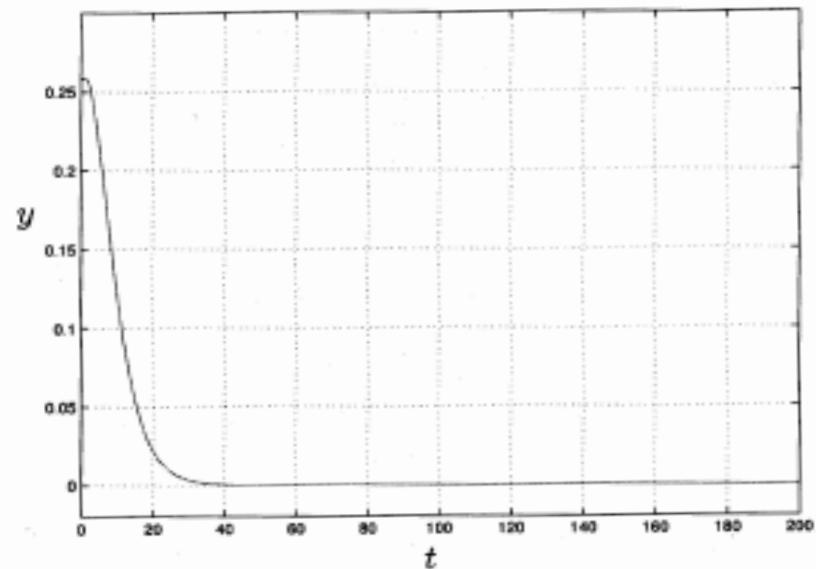
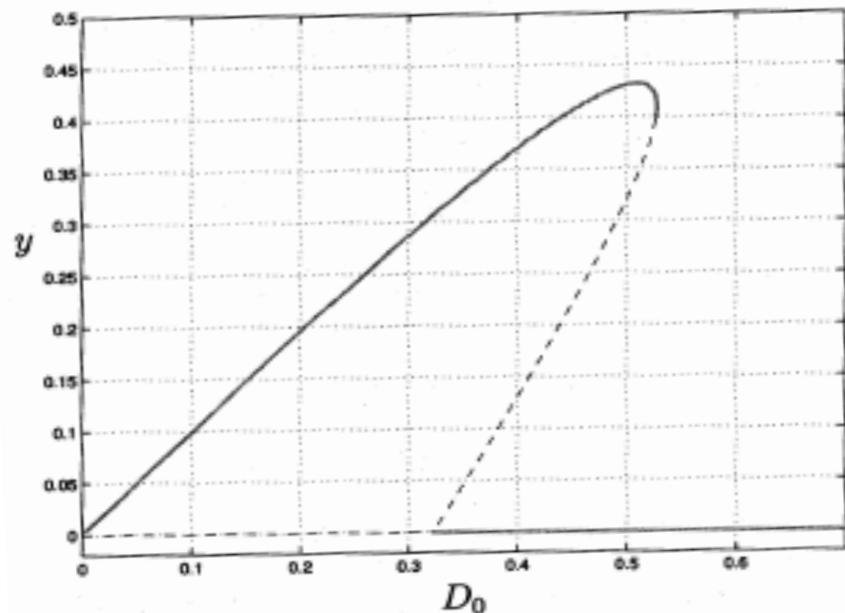


$$D^* = 0.5099$$

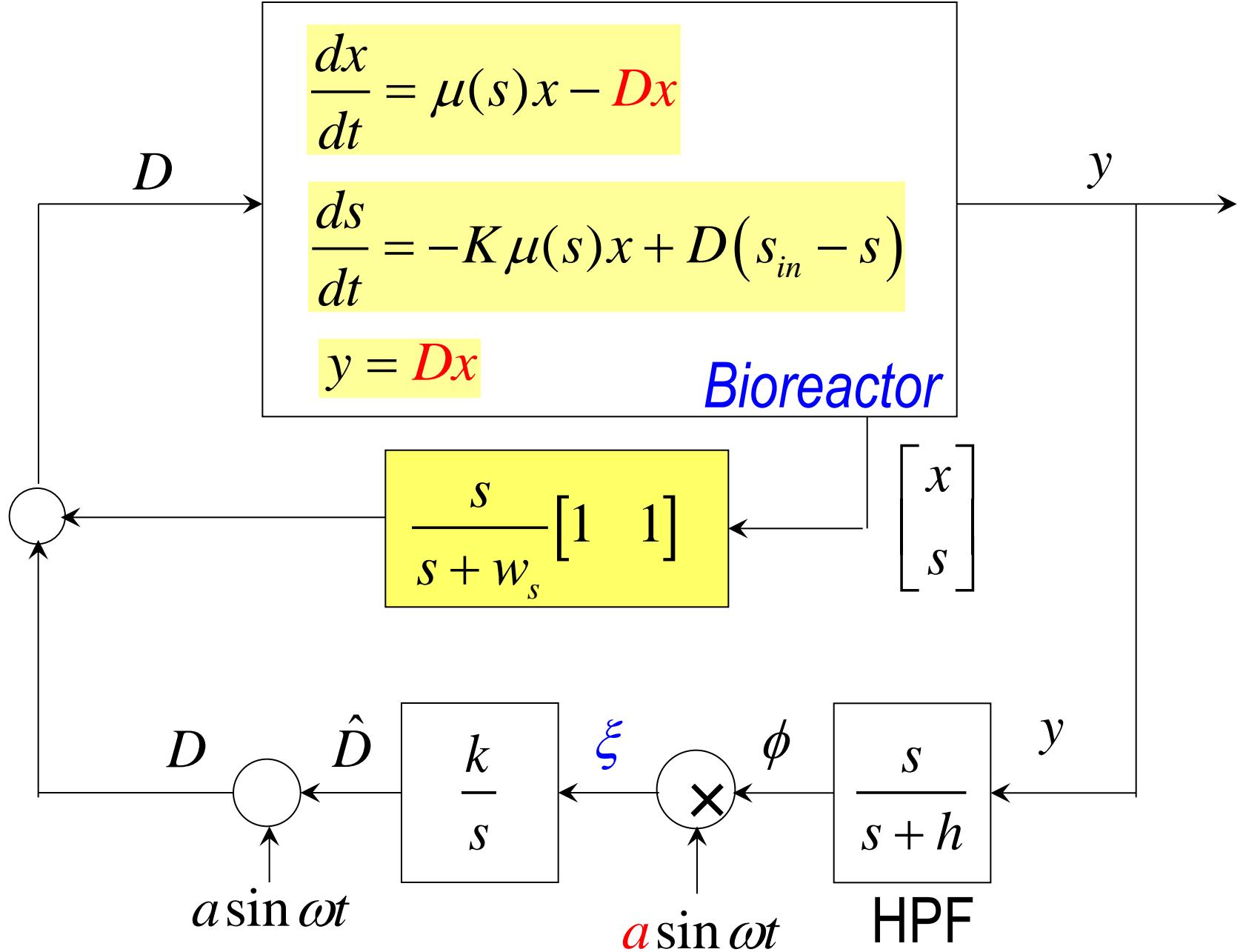
[1]  $D(0) = 0.4$

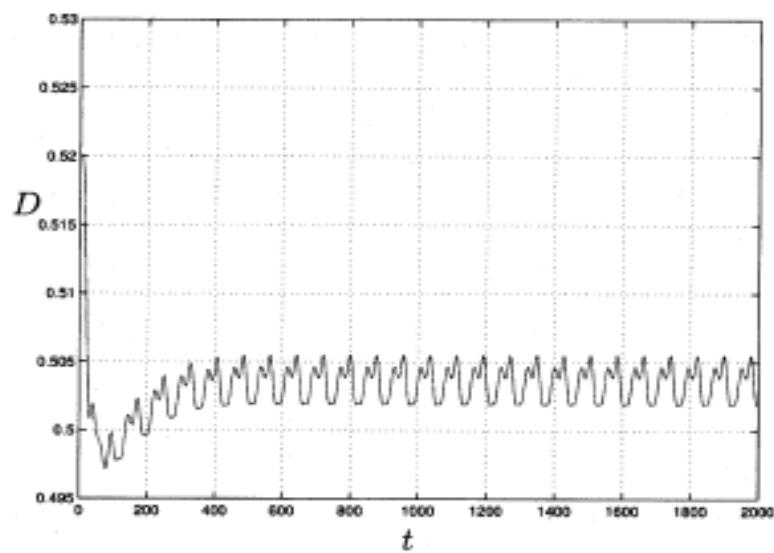
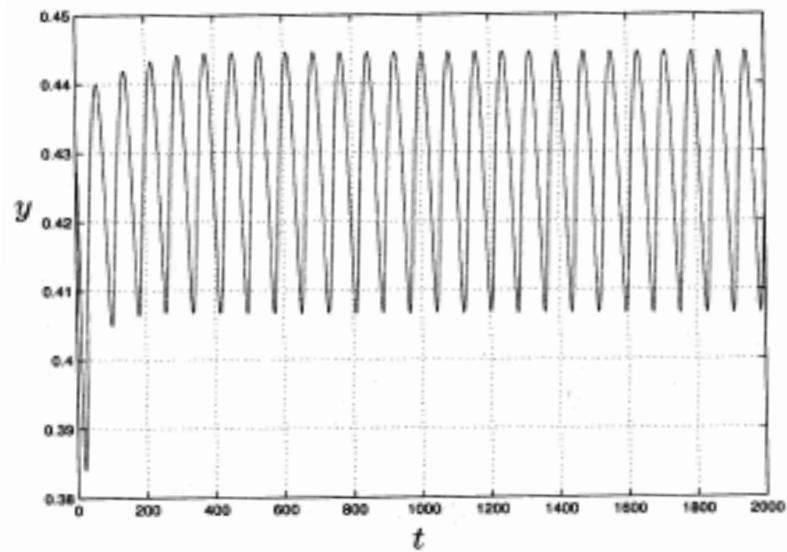
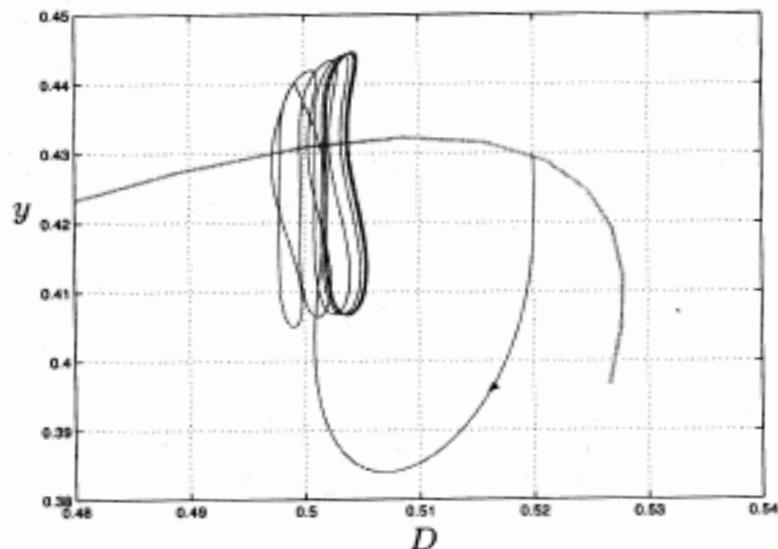
## Haldane model (Andrews)[2]

Wash-outが発生している!!



$$[2] D(0) = 0.52$$





$$[2] \quad D(0) = 0.52 \\ D^* = 0.5099$$

*Thank you for kind attention*

Keio University

