

## 重複情報を用いた電力ネットワークの分散階層制御<sup>†</sup>

末 廣 友 晴\*・増 井 健 治\*\*・滑 川 徹\*\*\*

### Decentralized Hierarchical Control of Power Networks with Overlapping Information

Tomoharu SUEHIRO\*, Kenji MASUI\*\* and Toru NAMERIKAWA\*\*\*

This paper deals with a decentralized hierarchical control of power networks by using overlapping information. The control objective is to minimize the cost function of load frequency control problem. The control law is constructed through three steps. In the 1st step, we make a hierarchical system with overlapping information. In the 2nd step, a relationship between the original system and the hierarchical system is confirmed. In the 3rd step, the hierarchical decentralized control for the hierarchical system is constructed and the decentralized hierarchical control law is contracted to the original system. Then, we show the effectiveness of the load frequency control by using the proposed control method.

**Key Words:** Decentralized Control, Hierarchical System, Power Network

#### 1. はじめに

1950年代, 不確実性の下での異なる情報を用いる意思決定問題が研究されてきた。代表的なものとしてゲーム問題やチーム問題がある。これらは1970年代に入り, 分散制御との関わりが強くなり, 複数のサブシステムが異なる情報を受け取る情報構造を持つシステムについての研究が数多く行われた<sup>1), 2)</sup>。

近年では, 新しい電力網であるスマートグリッドが考えられ, 異なる発電機や可制御負荷を協調させ最適に運用する技術が求められている。スマートグリッドに関する研究は多く行われているが, 分散制御手法もスマートグリッドに関わる技術として期待されている。エネルギー資源や地球温暖化などの問題への対策として, 蓄電池や風力発電などの分散電源の導入が始まっている。しかしながら, 電力網に周波数変動や電圧変動などの悪影響を与える。また, 制御する電源の数が増えることにより1つの制御器で制御する集中制御で行うことが困難になる。したがって, 分散的に, 安全に電力網を運用する方法が必要と考えられている。

電力網の制御に関しては古くから研究されている<sup>3)</sup>。分散制御手法においてもサブシステム間に影響を与える状態を重

複させた制御手法があるが, サブシステム間に影響を与える連系線潮流が存在する電力網に有効であることが示されている<sup>2)</sup>。最近では, 分散電源を導入した電力網の周波数制御に関しても研究が行われており<sup>4), 5)</sup>, これらの電力網に適用する分散制御手法に関する研究も盛んに行われている<sup>6)~8)</sup>。一方で, 分散制御手法を適用するような大規模複雑なシステムを, 幾つかのサブシステムの群から構成される階層システムとして扱った研究には文献<sup>9), 10)</sup>などが挙げられる。階層システムはサブシステムの数が多い時に有用であり, かつ, サブシステム間の関係性が明確になるといった点で分散制御手法との融合が考えられる。また, スマートグリッドでは地域的に分散した多数の機器を対象としたセンシングと制御が必要となり, そこで用いられる通信回線は従来までと異なり, 無線回線や複数のネットワークの中継といった一定時間のデータ欠落や障害への考慮が不可欠となる<sup>11)</sup>。分散制御手法においてもこのことを考慮した手法を考えることが期待される。

本稿では電力ネットワークに対し, 重複情報を用いた分散階層制御法を提案する。この手法は先の手法では考慮していなかったサブシステムの関係性や通信途絶などの異常を考え, よりスマートグリッドへの適用を重点においたものである。分散階層制御器は3つの段階を経て設計される。まず, 状態や入力を含むサブシステムが重複する階層システムを構築する。次に, 階層システムと元のシステムとの関係性を確認する。この時, 複数のサブシステムの情報を矛盾なく重複させると行列の次元は上がってしまうが, システムの拡大として, 状態遷移などが保持されることを保証する。最後に, 階層システムに対する分散制御器を設計し, 元のシステムに対応するように制御器を縮小する。これは, 設計した制御器は拡大時に行

<sup>†</sup> 第55回自動制御連合講演会で発表(2012・11)

\* 慶應義塾大学院理工学研究科 横浜市港北区日吉 3-14-1

\*\* 慶應義塾大学理工学部 横浜市港北区日吉 3-14-1

\*\*\* 独立行政法人科学技術振興機構, CREST

\* Graduate School of Science and Engineering, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama

\*\* Faculty of Science and Engineering, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama

\*\*\* JST, CREST

列の次元を上げているためそのままでは適用できないからである。提案する手法の特徴はサブシステムを重複して分散的な階層制御器を構成することであり、サブシステム間の関係性が明確になると共に通信途絶などの異常に強くなることが考えられる。これは、各サブシステムに対して一つの制御器が司令を送る従来の分散制御手法に対して、複数の階層制御器がサブシステムの情報を取得して司令を送るため、一つの階層制御器からの司令が途絶しても、全く制御がおこなわれないという事態が生じないためである。そして、分散型電源を導入した電力ネットワークの周波数制御問題に対し提案手法を適用し、安定化できることを示す。また、集中制御則と従来の分散制御則<sup>2)</sup>との比較を行い、分散制御手法における提案手法の有効性を示す。

## 2. 問題設定

Fig. 1 で表されるような電力ネットワークを考える。Area  $i$  は電力ネットワーク全体を分割した時の  $i$  番目の地域であり、 $\Delta P_{ij}$  は Area  $j$  から Area  $i$  に流れる電力潮流である。また、Area  $i$  では計測される情報を元に制御可能な電源に司令を出して制御を行なっている。

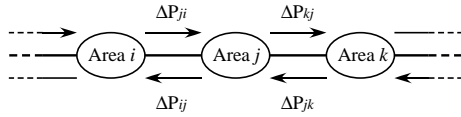


Fig. 1 Electric Power Network

電力ネットワークを  $n$  個の地域に分割すると、 $i$  番目のサブシステム (Area  $i$  のシステム)  $S_i$  は、

$$x_i(k+1) = \sum_{j=1}^n A_{ij}x_j(k) + B_i u_i(k) + w_i(k) \quad (1)$$

$$z_i(k) = C_i x_i(k) + D_i u_i(k) \quad (2)$$

と表せる。 $k \in \mathbb{Z}_+$  は  $\mathbb{Z}_+$  を非負の整数の集合として時刻を表しており、初期時刻は 0 とする。 $x_i(k) \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $u_i(k) \in \mathbb{R}^{m_1}$ ,  $w_i(k) \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $z_i(k) \in \mathbb{R}^{p_1}$  はそれぞれ時刻  $k$  におけるサブシステム  $S_i$  の状態、制御入力、外乱、評価出力である。 $A_{ii} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n_1 \times m_1}$ ,  $C_i \in \mathbb{R}^{p_1 \times n_1}$ ,  $D_i \in \mathbb{R}^{p_1 \times m_1}$  は定数行列とする。ただし、 $C_i$  と  $D_i$  は

$$C_i^T D_i = 0, D_i^T D_i > 0 \quad (3)$$

を満たす。ここで、本稿で扱う電力ネットワークにおける状態  $x_i$  の要素としては、周波数、ガスタービン発電機の出力、ガスタービンのガバナー入力、蓄電池システム群の充放電電力、ヒートポンプ群の消費電力、地域要求量、連系線潮流の変動が含まれる。また制御入力  $u_i$  の要素としては、ガスタービン発電機、蓄電池システム群、ヒートポンプ群に対する出力電力または消費電力の変更指令が、外乱  $w_i$  の要素としては風力発電機の出力変動、負荷変動が含まれる。 $v_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij}x_j(k) + w_i(k)$  とおくと、全体の電力ネットワークのシステム  $S$  は次のように表すことができる。

$$x(k+1) = A_D x(k) + B u(k) + v(k) \quad (4)$$

$$z(k) = C x(k) + D u(k) \quad (5)$$

ただし、 $x(k) = [x_1^T(k) \cdots x_i^T(k) \cdots x_n(k)]^T$ ,  $u(k) = [u_1^T(k) \cdots u_i^T(k) \cdots u_n(k)]^T$ ,  $v(k) = [v_1^T(k) \cdots v_i^T(k) \cdots v_n(k)]^T$  であり、行列はそれぞれ次のように表せる。

$$A_D = \sum_{i=1}^n G_i \otimes A_{ii}, B = \sum_{i=1}^n G_i \otimes B_i \quad (6)$$

$$C = \sum_{i=1}^n G_i \otimes C_i, D = \sum_{i=1}^n G_i \otimes D_i \quad (7)$$

$$G_i \in \mathbb{R}^{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 0 & \ddots & \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

評価出力に関する評価関数  $J = E \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|^2$  を小さくするように分散制御器を設計することを考える。ここで、 $E\{\cdot\}$  は期待値を表す。また、 $Q_i = C_i^T C_i$ ,  $R_i = D_i^T D_i$  とおき、仮定 (3) 式を用いると評価関数は

$$J = E \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|^2 \quad (9)$$

$$= E \sum_{k=0}^{\infty} \{x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)\} \quad (10)$$

となり、一般的な二次形式の評価関数として考えられる。

## 3. 分散階層制御器の設計

### 3.1 階層システムの構築

このシステムに対し、まず、階層的なシステムを構成する。電力ネットワーク全体を Fig. 2 のような複数のサブシステムによって階層的に構成する。ここで、ある階層ではサブシステムが重複するように構成するものとする。階層システムの例としては、細胞や器官を含む人体や、区、市、県などを含む都市などが挙げられる。

階層的に構成されたシステムを数学的に表す。各階層での接続構造を表す行列  $G_{La,b}^1 \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a}$ ,  $G_{La,b}^2 \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a}$  を用いて次のように行列の集合を定義する。

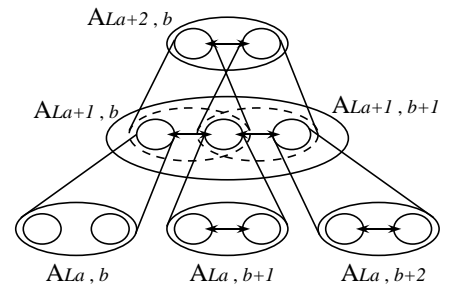


Fig. 2 Hierarchical System

$$\mathcal{A}_{L1} = \{A_{L1,b} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1} \mid A_{L1,b} = A_{bb}\}$$

$$\mathcal{A}_{La} = \{A_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \cdots n_1 \times n_a \cdots n_1} \mid A_{La,b} =$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b}^1 \otimes A_{La-1,b}, A_{La-1,b} \in \mathcal{A}_{La-1} \} \\
\mathcal{B}_{L1} &= \{B_{L1,b} \in \mathbb{R}^{n_1 \times m_1} \mid B_{L1,b} = B_b\} \\
\mathcal{B}_{La} &= \{B_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \cdots n_1 \times n_a \cdots n_2 m_1} \mid B_{La} = \\
& \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b}^1 \otimes B_{La-1,b}, B_{La-1,b} \in \mathcal{B}_{La-1} \} \\
\mathcal{C}_{L1} &= \{C_{L1,b} \in \mathbb{R}^{p_1 \times n_1} \mid C_{L1,b} = C_b\} \\
\mathcal{C}_{La} &= \{C_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \cdots n_2 p_1 \times n_a \cdots n_1} \mid C_{La} = \\
& \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b}^2 \otimes C_{La-1,b}, C_{La-1,b} \in \mathcal{C}_{La-1} \} \\
\mathcal{D}_{L1} &= \{D_{L1,b} \in \mathbb{R}^{p_1 \times m_1} \mid D_{L1,b} = D_b\} \\
\mathcal{D}_{La} &= \{D_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \cdots n_2 p_1 \times n_a \cdots n_2 m_1} \mid D_{La} = \\
& \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b}^2 \otimes D_{La-1,b}, D_{La-1,b} \in \mathcal{D}_{La-1} \}
\end{aligned}$$

ここで,  $a$  は階層の番号,  $b$  は各階層内のサブシステムの番号を表し,  $N_{La,b}$  は階層  $a$  の  $b$  番目のサブシステムにある階層  $a-1$  のサブシステムの数である. 階層が  $\tilde{n}$  までであるとき,  $\tilde{n}$  階層までの階層化された全体のシステム  $\tilde{S}$  は次のように表すことができる.

$$\begin{aligned}
\tilde{x}(k+1) &= \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\tilde{u}(k) + \tilde{v}(k), \\
\tilde{A} &\in \mathcal{A}_{L\tilde{n}}, \tilde{B} \in \mathcal{B}_{L\tilde{n}} \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\tilde{z}(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) + \tilde{D}\tilde{u}(k), \tilde{C} \in \mathcal{C}_{L\tilde{n}}, \tilde{D} \in \mathcal{D}_{L\tilde{n}} \quad (12)$$

$\tilde{x}(k) \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_1}$ ,  $\tilde{u}(k) \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 m_1}$ ,  $\tilde{v}(k) \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_1}$ ,  $\tilde{z}(k) \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 p_1}$  はそれぞれ時刻  $k$  における階層化されたシステム  $\tilde{S}$  の状態, 制御入力, 外乱, 評価出力である.  $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}$  については, 構成したシステムによって定まる行列  $F_1(i, \tilde{n}) \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 \times n_{\tilde{n}} \cdots n_2}$  および  $F_2(i, \tilde{n}) \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 \times n_{\tilde{n}} \cdots n_2}$  を用いて次のように表せる.

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n F_1(i, \tilde{n}) \otimes A_{ii}, \tilde{B} = \sum_{i=1}^n F_1(i, \tilde{n}) \otimes B_i \quad (13)$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=1}^n F_2(i, \tilde{n}) \otimes C_i, \tilde{D} = \sum_{i=1}^n F_2(i, \tilde{n}) \otimes D_i \quad (14)$$

### 3.2 システムの拡大

次に, 構成した階層システム  $\tilde{S}$  が元のシステム  $S$  とある対応関係にあることを確認する. 対応関係をシステムの拡大として定義し, その条件を導く. ここで, 複数のサブシステムの情報を, 各サブシステムごとに満たされる状態方程式などに矛盾が生じないように重複させると, 上の階層のサブシステムの行列の次元は上がってしまう. この次元が上がる時に, 元のサブシステムの状態遷移や評価関数値の遷移が保持されることを保証するのがシステムの拡大である. 次のような行列を定義する.

$$G_{V_i} \in \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 \times n} : G_{V_i} G_j = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (15)$$

$$G_{U_i} \in \mathbb{R}^{n \times n_{\tilde{n}} \cdots n_2} : G_i G_{U_j} = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (16)$$

$$G_{W_i} \in \mathbb{R}^{n \times n_{\tilde{n}} \cdots n_2} \quad (17)$$

$$V = \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{n_1} : \mathbb{R}^{n \cdot n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_1} \quad (18)$$

$$U_a = \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{m_1} : \mathbb{R}^{n \cdot m_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 m_1} \quad (19)$$

$$U_b = \sum_{i=1}^n G_{U_i} \otimes I_{m_1} : \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 m_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \cdot m_1} \quad (20)$$

$$W = \sum_{i=1}^n G_{W_i} \otimes I_{p_1} : \mathbb{R}^{n_{\tilde{n}} \cdots n_2 p_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \cdot p_1} \quad (21)$$

ただし,  $I_n$  は  $n$  次の単位行列であり,  $U_b U_a = I_{n \cdot m_1}$  を満たす.  $x_0, \tilde{x}_0, z_0, \tilde{z}_0$  を  $x(k), \tilde{x}(k), z(k), \tilde{z}(k)$  の初期値とする. 次のようにシステムの拡大を定義する.

【定義 1】 システムの拡大

以下の条件を満たすとき,  $\tilde{S}$  は  $S$  の拡大である.

$$\tilde{x}_0 = V x_0 \quad (22)$$

$$\tilde{u}(k) = U_a u(k) \quad (23)$$

$$\tilde{v}(k) = V v(k) \quad (24)$$

$$z_0 = W \tilde{z}_0 \quad (25)$$

となる  $V, U_a, W$  が存在して次の式を満たす.

$$\tilde{x}(k; \tilde{x}_0, \tilde{u}) = V x(k; x_0, u) \quad \forall k \geq 0 \quad (26)$$

$$z(k; z(0), x, u) = W \tilde{z}(k; \tilde{z}_0, \tilde{x}, \tilde{u}) \quad \forall k \geq 0 \quad (27)$$

このとき, 重複階層化後のシステム  $\tilde{S}$  が元のシステム  $S$  の拡大となる条件は以下になる.

《定理 1》 システムの拡大条件

$S$  を (4) 式で表されるシステム,  $\tilde{S}$  を (11) 式で表されるシステムとする.  $\tilde{S}$  が  $S$  の拡大となるのは, (15)-(21) 式で定義される行列が存在し, 次を満たすときである.

$$G_{V_i} G_i = F_1(i, \tilde{n}) G_{V_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (28)$$

$$F_1(i, \tilde{n}) G_{V_j} = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (29)$$

$$G_i = G_{W_i} F_2(i, \tilde{n}) G_{V_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (30)$$

$$G_{W_i} F_2(j, \tilde{n}) = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (31)$$

$$G_i G_{U_i} = G_{W_i} F_2(i, \tilde{n}) \quad i = 1, \dots, n \quad (32)$$

[Proof] 証明は次の順で証明する.

(i) (28)-(29) 式が成り立つとき, (26) 式が成り立つ.

(ii) (29)-(32) 式が成り立つとき, (27) 式が成り立つ.

(i) (28)-(29) 式が成り立つと仮定する. まず, (28)-(29) 式が成り立つとき, 次の式が成り立つことを示す.

$$V A_D = \tilde{A} V \quad (33)$$

$$V B = \tilde{B} U_a \quad (34)$$

(33) 式の左辺は, (6) 式および (18) 式を用いると,

$$\begin{aligned}
V A_D &= \left( \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{n_1} \right) \left( \sum_{i=1}^n G_i \otimes A_{ii} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n G_{V_i} G_i \otimes A_{ii} \quad (35)
\end{aligned}$$

となる. 一方, (33) 式の右辺は, (13) 式, (18) 式, (29) 式を用いると,

$$\begin{aligned}
\tilde{A} V &= \left( \sum_{i=1}^n F_1(i, \tilde{n}) \otimes A_{ii} \right) \left( \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{n_1} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n F_1(i, \tilde{n}) G_{V_i} \otimes A_{ii} \quad (36)
\end{aligned}$$

となる. (28) 式より, (33) 式の左辺と (33) 式の右辺は等しくなり, (33) 式が成り立つ. 次に, (34) 式の左辺は, (6) 式, (18) 式, (20) 式, (29) 式を用いると,

$$\begin{aligned} VB &= \left( \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{n_1} \right) \left( \sum_{i=1}^n G_i \otimes B_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n G_{V_i} G_i \otimes B_i \end{aligned} \quad (37)$$

となる. 一方, (34) 式の右辺は, (13) 式, (19) 式より,

$$\begin{aligned} \tilde{B}U_a &= \left( \sum_{i=1}^n F_1(i, \tilde{n}) \otimes B_i \right) \left( \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{m_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n F_1(i, \tilde{n}) G_{V_i} \otimes B_i \end{aligned} \quad (38)$$

となる. (28) 式より, (34) 式の左辺と (34) 式の右辺は等しくなり, (34) 式が成り立つ. 以上より (28)-(29) 式が成り立つとき (33) 式, (34) 式が成り立つことが示された.

次に, 定義 1 の条件 (26) 式と等価な条件を導出する. 時刻  $k$  におけるシステム  $S$  およびシステム  $\tilde{S}$  の状態は, 以下のよう表せる.

$$x(k; x_0, u) = A_D^k x_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \{A_D^{k-1-i} B u(i) + A_D^{k-1-i} v(i)\} \quad (39)$$

$$\tilde{x}(k; \tilde{x}_0, \tilde{u}) = \tilde{A}^k \tilde{x}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \{\tilde{A}^{k-1-i} \tilde{B} \tilde{u}(i) + \tilde{A}^{k-1-i} \tilde{v}(i)\} \quad (40)$$

(26) 式に (23) 式, (24) 式, (39) 式, (40) 式を代入し, 係数を比較すると, 定義 1 の条件 (26) 式と等価な条件は次の 2 式が成り立つときである.

$$VA_D^k = \tilde{A}^k V \quad (41)$$

$$VA_D^{k-1-i} B = \tilde{A}^{k-1-i} \tilde{B} U_a \quad (42)$$

次に, (33) 式, (34) 式が成り立つならば (41) 式, (42) 式が成り立つことを示す. (33) 式, (34) 式が成り立つと仮定すると, (41) 式の左辺は,

$$\begin{aligned} VA_D^k &= VA_D A_D^{k-1} = \tilde{A} V A_D^{k-1} = \tilde{A} V A_D A_D^{k-2} \\ &= \tilde{A}^2 V A_D^{k-2} = \tilde{A}^j V A_D^{k-j} = \dots = \tilde{A}^k V \end{aligned} \quad (43)$$

となり, (41) 式が成り立つ. この結果を用いると, (42) 式の左辺は,

$$VA_D^{k-1-i} B = \tilde{A}^{k-1-i} V B = \tilde{A}^{k-1-i} \tilde{B} U_a \quad (44)$$

となり, (42) 式が成り立つ. 以上より (33) 式, (34) 式が成り立つならば (41) 式, (42) 式が成り立つことが示された.

これらの結果より, (28)-(29) 式が成り立つならば, 定義 1 の条件 (26) 式と等価な条件を満たす.

(ii) (29)-(32) 式が成り立つと仮定する. まず, (29)-(32) 式が成り立つとき, 次の式が成り立つことを示す.

$$C = W \tilde{C} V \quad (45)$$

$$DU_b = W \tilde{D} \quad (46)$$

(45) 式の左辺は, (7) 式より,

$$C = \sum_{i=1}^n G_i \otimes C_i \quad (47)$$

である. 一方, (45) 式の右辺は, (14) 式, (18) 式, (21) 式, (29) 式, (31) 式を用いると,

$$\begin{aligned} W \tilde{C} V &= \left( \sum_{i=1}^n G_{W_i} \otimes I_{p_1} \right) \left( \sum_{i=1}^n F_2(i, \tilde{n}) \otimes C_i \right) \left( \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{n_1} \right) \\ &= \left( \sum_{i=1}^n G_{W_i} \otimes I_{p_1} \right) \left( \sum_{i=1}^n F_2(i, \tilde{n}) G_{V_i} \otimes C_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n G_{W_i} F_2(i, \tilde{n}) G_{V_i} \otimes C_i \end{aligned} \quad (48)$$

となる. (30) 式より, (45) 式の左辺と (45) 式の右辺は等しくなり, (45) 式が成り立つ. 次に, (46) 式の左辺は, (7) 式, (20) 式を用いると,

$$\begin{aligned} DU_b &= \left( \sum_{i=1}^n G_i \otimes D_i \right) \left( \sum_{i=1}^n G_{U_i} \otimes I_{m_1} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n G_i G_{U_i} \otimes D_i \end{aligned} \quad (49)$$

となる. 一方, (46) 式の右辺は, (14) 式, (21) 式, (31) 式より,

$$\begin{aligned} W \tilde{D} &= \left( \sum_{i=1}^n G_{W_i} \otimes I_{p_1} \right) \left( \sum_{i=1}^n F_2(i, \tilde{n}) \otimes D_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n G_{W_i} F_2(i, \tilde{n}) \otimes D_i \end{aligned} \quad (50)$$

となる. (32) 式より, (46) 式の左辺と (46) 式の右辺は等しくなり, (46) 式が成り立つ. 以上より (29)-(32) 式が成り立つとき (45) 式, (46) 式が成り立つことが示された.

次に, 定義 1 の条件 (27) 式と等価な条件を導出する. 時刻  $k$  におけるシステム  $S$  およびシステム  $\tilde{S}$  の評価出力は以下のよう表される.

$$z(k; z_0, x, u) = Cx(k) + Du(k) \quad (51)$$

$$\tilde{z}(k; \tilde{z}_0, \tilde{x}, \tilde{u}) = \tilde{C} \tilde{x}_k + \tilde{D} \tilde{u}(k) \quad (52)$$

また,  $U_b$  の定義と (23) 式より,

$$U_b \tilde{u}(k) = u(k) \quad (53)$$

である. (27) 式に (51)-(53) 式を代入し, 係数を比較すると, 定義 1 の条件 (27) 式と等価な条件は (45) 式, (46) 式が成り立つことである. これらの結果より, (28)-(29) 式が成り立つならば, 定義 1 の条件 (27) 式と等価な条件を満たす.

以上より, (28)-(32) 式が成り立つならば, 定義 1 の条件 (26) 式, (27) 式を満たし, システム  $\tilde{S}$  が元のシステム  $S$  の拡大となる.  $\square$

### 3.3 分散階層制御器の設計・縮小

ここで, 階層制御器の構造の性質について表す. まず, 離散時間のリカッチ方程式の解についての性質を示す. 次のような代数的に構成されるクラス<sup>9), 12)</sup>を考える.

#### 【定義 2】 作用素代数

ある有界線型作用素のベクトル空間  $\mathcal{S}$  が作用素代数をなすとは, すべての  $A, B \in \mathcal{S}$  に対して以下が成り立つことを言う.

$$A + B \in \mathcal{S} \quad (54)$$

$$AB \in \mathcal{S} \quad (55)$$

$$A_n \in \mathcal{S}, A_n \rightarrow A(n \rightarrow \infty) \Rightarrow A \in \mathcal{S} \quad (56)$$

離散時間のリカッチ方程式の解についての性質は次のように示される.

【補題 1】  $\mathcal{S}$  を作用素代数とする. また,  $\bar{P}$  を以下のリカッチ方程式の唯一解とする.

$$A^T \bar{P} A - \bar{P} - A^T \bar{P} B (B^T \bar{P} B + R)^{-1} B^T \bar{P} A + Q = 0 \quad (57)$$

$A, A^T, B, B^T, Q, R \in \mathcal{S}$  が成り立つとき,  $\bar{P} \in \mathcal{S}$  となり, 解より求められるゲインを  $K$  とすると,  $K \in \mathcal{S}$  となる.

【Proof】 次の代数方程式を考える.

$$\begin{aligned} \Delta P(k) &= A^T P(k) A - P(k) \\ &- A^T P(k) B (B^T P(k) B + R)^{-1} B^T P(k) A + Q \end{aligned} \quad (58)$$

ただし,  $P(0) = 0$  とする. 仮定より,  $A, A^T, B, B^T, Q, R \in \mathcal{S}$  であり, 作用素代数の性質および作用素代数のクラスに属する方程式の性質から, 唯一解を  $X$  とすると,  $X \in \mathcal{S}$  ならば,

$$A^T X A - X - A^T X B (B^T X B + R)^{-1} B^T X A + Q \in \mathcal{S} \quad (59)$$

である. すべての  $k \geq 0$  において  $P(k) \in \mathcal{S}$  であり,  $\mathcal{S}$  が有界であることから,  $t \rightarrow \infty$  で  $\bar{P} \in \mathcal{S}$  となる. このとき, この解より求められるゲイン  $K$  は,

$$K = (B^T \bar{P} B + R)^{-1} B^T \bar{P} A \quad (60)$$

である.  $A, B, B^T, R, \bar{P} \in \mathcal{S}$  であり, 作用素代数の性質から,  $K \in \mathcal{S}$  となる.  $\square$

次に, この補題を用いて, 構成した階層システムに対する制御器がリカッチ方程式を解いて求めると特殊な構造となることを示す. 以下の行列の集合を定義する.

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{Hi} &= \{G_{Hi,j} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i} | \forall j, k, \\ &\exists l, G_{Hi,j} G_{Hi,k} = G_{Hi,l} \ i \geq 2\} \end{aligned} \quad (61)$$

$$\mathcal{H}_{L1} = \{H_{L1,b} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1} | H_{L1,b} = \sum_{j=1}^{N_{L1,b}} G_{H1,j}\} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{La} &= \{H_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \cdots n_1 \times n_a \cdots n_1} | H_{La,b} = \\ &\sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{Ha,b} \otimes H_{La-1,b}, H_{La-1,b} \in \mathcal{H}_{La-1}\} \end{aligned} \quad (63)$$

集合  $\mathcal{H}_{L1}$  は作用素代数をなすと仮定する. このとき次の定理が成り立つ.

《定理 2》 階層制御器の構造

$\tilde{S}$  を (11) 式で表されるシステムとする.  $A_{La,b}, A_{La,b}^T, B_{La,b}, B_{La,b}^T, C_{La,b}^T, C_{La,b}, D_{La,b}^T, D_{La,b} \in \mathcal{H}_{La}$  であり, 対応するリカッチ方程式の解が存在するとき, 計算されるゲイン  $K_{La,b}$  は  $K_{La,b} \in \mathcal{H}_{La}$  を満たす.

【Proof】 まず,  $\mathcal{H}_{La}$  が作用素代数をなすことを示す.

$i = 1$  のとき, 仮定より,  $\mathcal{H}_{L1}$  は作用素代数をなす.

$i = 2$  のとき,  $\mathcal{H}_{L2}$  は  $\mathcal{H}_{L2} = \mathcal{G}_{H2} \otimes \mathcal{H}_{L1}$  と表せる.  $A_{H1}, B_{H1} \in \mathcal{H}_{L1}, A_{G2}, B_{G2} \in \mathcal{G}_{H2}$  とすると,  $\mathcal{H}_{L1}, \mathcal{G}_{H2}$  はそれ

ぞれ作用素代数をなすので, すべての  $A_{H1}, B_{H1}, A_{G2}, B_{G2}$  において,

$$A_{H1} + B_{H1} \in \mathcal{H}_{L1}$$

$$A_{H1} B_{H1} \in \mathcal{H}_{L1}$$

$$A_{H1n} \in \mathcal{H}_{L1}, A_{H1n} \rightarrow A_{H1}(n \rightarrow \infty) \Rightarrow A_{H1} \in \mathcal{H}_{L1}$$

$$A_{G2} + B_{G2} \in \mathcal{G}_{H2}$$

$$A_{G2} B_{G2} \in \mathcal{G}_{H2}$$

$$A_{G2n} \in \mathcal{G}_{H2}, A_{G2n} \rightarrow A_{G2}(n \rightarrow \infty) \Rightarrow A_{G2} \in \mathcal{G}_{H2}$$

である.  $A_{H2}, B_{H2} \in \mathcal{H}_{L2}$  とすると, それぞれは  $A_{H2} = A_{G2} \otimes A_{H1}, B_{H2} = B_{G2} \otimes B_{H1}$  と表せる. 上記の関係式より, すべての  $A_{H2}, B_{H2}$  において,

$$\begin{aligned} A_{H2} + B_{H2} &= A_{G2} \otimes A_{H1} + B_{G2} \otimes B_{H1} \\ &\in \mathcal{G}_{H2} \otimes \mathcal{H}_{L1} = \mathcal{H}_{L2} \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} A_{H2} B_{H2} &= (A_{G2} \otimes A_{H1})(B_{G2} \otimes B_{H1}) \\ &= (A_{G2} B_{G2}) \otimes (A_{H1} B_{H1}) \in \mathcal{G}_{H2} \otimes \mathcal{H}_{L1} = \mathcal{H}_{L2} \end{aligned} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} A_{H2n} &\in \mathcal{H}_{L2}, A_{H2n} \rightarrow A_{H2}(n \rightarrow \infty) \\ &\Rightarrow A_{H2} = A_{G2} \otimes A_{H1} \in \mathcal{G}_{H2} \otimes \mathcal{H}_{L1} = \mathcal{H}_{L2} \end{aligned} \quad (66)$$

となる. したがって,  $\mathcal{H}_{L2}$  は作用素代数をなす.

$i = n(n \geq 2)$  のときも  $i = 2$  の時と同様に帰納的に示すことができる. したがって  $\mathcal{H}_{La}$  はそれぞれ作用素代数をなす.

次に, 計算されるゲイン  $K_{La,b}$  が  $K_{La,b} \in \mathcal{H}_{La}$  を満たすことを示す. 仮定より,  $A_{La,b}, A_{La,b}^T, B_{La,b}, B_{La,b}^T, C_{La,b}^T, C_{La,b}, D_{La,b}^T, D_{La,b} \in \mathcal{H}_{La}$  であり, 対応するリカッチ方程式の解が存在することから, 次式の解  $X_{La,b}$  が存在する.

$$\begin{aligned} &A_{La,b}^T X_{La,b} A_{La,b} - X_{La,b} \\ &- A_{La,b}^T X_{La,b} B_{La,b} (B_{La,b}^T X_{La,b} B_{La,b} \\ &+ D_{La,b}^T D_{La,b})^{-1} B_{La,b}^T X_{La,b} A_{La,b} + C_{La,b}^T C_{La,b} = 0 \end{aligned} \quad (67)$$

$\mathcal{H}_{La}$  は作用素代数をなすので, 補題 1 より,  $X_{La,b} \in \mathcal{H}_{La}$  となり, 解より求められるゲイン  $K_{La,b}$  は,  $K_{La,b} \in \mathcal{H}_{La}$  となる.  $\square$

この性質より,  $\tilde{K}$  は階層的な構造になることが示されている. 今回は分散制御器を構成するため,  $\tilde{n} - 1$  階層のシステムについて制御器を構成する.  $\tilde{n} - 1$  階層の出力を  $\tilde{z}_{\tilde{n}-1,j}$  として表し, 次の評価関数を小さくする制御器を求める.

$$\tilde{J} = \sum_{j=0}^{N_{L\tilde{n}}} E \sum_{k=0}^{\infty} \|\tilde{z}_{\tilde{n}-1,j}(k)\|^2 \quad (68)$$

求めたゲインを  $\tilde{K}_{\tilde{n}-1,j}$  (これは最上の階層において  $j$  番目のサブシステムに対応する) とすると, 階層システムに対する分散制御器は次のようになる.

$$\tilde{K} = \sum_{j=1}^{N_{L\tilde{n},j}} G_{L\tilde{n},j}^1 \otimes \tilde{K}_{\tilde{n}-1,j} \quad (69)$$

次に, 構成した階層システムに対して求めた制御器を元のシ

システムに対応させることを考える。ここで設計した制御器は、拡大時に行列の次元を上げているためそのままでは適用できない。そこで制御器の縮小によって、元のシステムに次元を合わせるとともに、元のサブシステムの状態遷移や評価関数値の遷移が保持されることを保証する。システムの拡大と同様に制御器の関係を制御器の縮小として以下のように定義する。

**【定義 3】** 制御器の縮小

$S$  の制御器を  $K$ ,  $\tilde{S}$  の制御器を  $\tilde{K}$  とする。以下の条件を満たすとき、 $K$  は  $\tilde{K}$  の縮小である。

$$\tilde{x}_0 = Vx_0 \quad (70)$$

$$u(k) = U_b \tilde{u}(k) \quad (71)$$

このとき、制御器  $K$  が制御器  $\tilde{K}$  の縮小となる条件は以下のようになる。

**《定理 3》** 制御器の縮小条件

$K$  を  $u = -Kx$ ,  $\tilde{K}$  を  $\tilde{u} = -\tilde{K}\tilde{x}$  とする。制御器  $K$  が制御器  $\tilde{K}$  の縮小となるのは、 $\tilde{S}$  が  $S$  の拡大であり、次を満たすときである。

$$K = U_b \tilde{K} V \quad (72)$$

[Proof]  $\tilde{S}$  が  $S$  の拡大であるので、(15)-(21) 式で定義される行列が存在する。このとき、(71) 式の左辺と右辺にそれぞれ代入すると、左辺は、

$$u = -Kx \quad (73)$$

であり、右辺は、

$$U_b \tilde{u} = -U_b \tilde{K} \tilde{x} = -U_b \tilde{K} V x \quad (74)$$

である。両辺を比較すると、(72) 式が成り立つときに (71) 式が満たされる。したがって制御器  $K$  が制御器  $\tilde{K}$  の縮小となる。

## 4. 電力ネットワークの系統周波数制御

### 4.1 電力システムモデル

Fig. 3 のように 3 地域から構成される電力網を考える。各地域の発電・負荷の構成は同じものとする。各地域は、ガスタービン群、蓄電池群、ヒートポンプ群、風力発電、可制御負荷以外の負荷から構成されており、ガスタービン群、蓄電池群、ヒートポンプ群は制御器から司令を受けて制御を行い電力需要に対して電力供給を行う。電力系統の周波数制御として TBC 方式を用い、他系統との潮流を考慮し系統周波数の周波数変動  $\Delta f$  を 0 に近づけるように出力を制御する。各地域ごとの発電機がすべて完全同期運転していると仮定すると、系統内の全ての発電機を統合した 1 台の等価的なモデルで表わすことができる。等価的なモデルを用いると、 $\Delta f$  は Fig. 4 のように系統内で発生した供給誤差（機械入力変動  $\Delta P_{mi}$  の和と負荷変動  $\Delta P_L$  の差）より計算できる<sup>4)</sup>。また、Fig. 3 の電力ネットワークを周波数解析モデルで表すと、Fig. 5 のように表現できる。



Fig. 3 Power Networks of The System

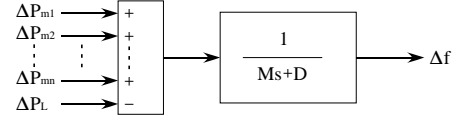


Fig. 4 Equivalent Generator Model

本稿では可制御負荷として蓄電池群およびヒートポンプ群を考えている。ヒートポンプ群、電気蓄電池群は 1 次遅れ系で模擬し、容量に関しては考えないものとし、全ての可制御群がある一定の特性の動作をするものと仮定する。Fig. 5 の  $\Delta P_{Gi}$ ,  $\Delta x_{gi}$ ,  $\Delta P_{Wi}$ ,  $\Delta P_{Li}$ ,  $\Delta P_{Bi}$ ,  $\Delta P_{Hi}$ ,  $\Delta P_{tie_i}$  はそれぞれエリア  $i$  のガスタービン発電機の出力、ガスタービンのガバナ入力、風力発電出力、可制御負荷以外の負荷、蓄電池システム群の充放電電力、ヒートポンプ群の消費電力、連系線潮流の変動とする。(75) 式の  $\Delta P_i$  はエリア  $i$  の発電電力と消費電力の供給誤差を表す。

$$\Delta P_i = \Delta P_{Gi} + \Delta P_{Wi} - \Delta P_{Li} + \Delta P_{tie_i} + \Delta P_{Bi} - \Delta P_{Hi} \quad (75)$$

エリア  $i$  の潮流変動は隣接するエリアを  $j$  とすると、 $\Delta P_{tie_i} = T_{ij}(\Delta f_j - \Delta f_i)$  と表わされ、地域要求量は  $AR_i = \Delta P_{tie_i} - k_i \Delta f_i$  で表わされるものとし、 $U_i = \int AR_i dt$  と定義した。ここで  $k_i$ ,  $T_{ij}$ ,  $R_{gi}$  はそれぞれ系統定数、同期化係数、速度調定率とする。

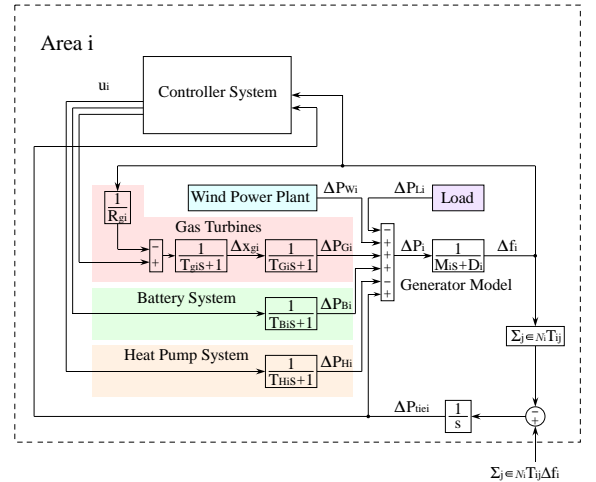


Fig. 5 Frequency Analysis Model of Area  $i$

### 4.2 電力ネットワークの状態空間表現

電力網システムを状態空間表現で表すと (76) 式のようになる。

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c u_c(t) + H_c w_c(t) \quad (76)$$

$$z(t) = C_c x_c(t) + D_c u_c(t) \quad (77)$$

ただし、 $x_c(t) = [x_{c1}^T(t) \ x_{c2}^T(t) \ x_{c3}^T(t)]^T$ ,  $u_c(t) = [u_{c1}^T(t)$

$u_{c2}^T(t) u_{c3}^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \cdot 3}$ ,  $w_c(t) = [w_{c1}^T(t) w_{c2}^T(t) w_{c3}^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{7 \cdot 3}$ ,  $z_c(t) = [z_{c1}^T(t) z_{c2}^T(t) z_{c3}^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{10 \cdot 3}$  として

$$x_{ci}(t) = [\Delta f_i(t) \Delta P_{Gi}(t) \Delta x_{gi}(t) \Delta P_{Bi}(t) \Delta P_{Hi}(t) U_i(t) \Delta P_{tiei}(t)]^T \in \mathbb{R}^{7 \cdot 3}$$

$$w_{ci}(t) = [(\Delta P_{Wi}(t) - \Delta P_{Li}(t)) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A_{c11} & A_{c12} & A_{c13} \\ A_{c21} & A_{c22} & A_{c23} \\ A_{c31} & A_{c32} & A_{c33} \end{bmatrix}$$

$$A_{cii} = \begin{bmatrix} -\frac{D_i}{M_i} & \frac{1}{T_{Gi}} & 0 & \frac{1}{M_i} & -\frac{1}{M_i} & 0 & \frac{1}{M_i} \\ 0 & -\frac{1}{T_{Gi}} & \frac{1}{T_{Gi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_{Gi}R_{gi}} & 0 & -\frac{1}{T_{Gi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Bi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Hi}} & 0 & 0 \\ -k_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\sum_{j \in N_i} T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{cij} = A_{cji} = \text{diag}(T_{ij}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$T_{ij} = 0 \text{ if } (i, j) \notin \mathcal{N}$$

$$B_c = \text{diag}(B_{c1}, B_{c2}, B_{c3})$$

$$B_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{gi}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{Bi}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{Hi}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_c = \text{diag}(C_{c1}, C_{c2}, C_{c3}), D_c = \text{diag}(D_{c1}, D_{c2}, D_{c3})$$

$$H_c = \text{diag}(H_{c1}, H_{c2}, H_{c3}), H_{ci} = \text{diag}(\frac{1}{M_i}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

である。前進差分法を用いてサンプル時間  $T$  で離散化すると、次のようになる。

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Hw(k) \quad (78)$$

$$z(k+1) = Cx(k) + Du(k) \quad (79)$$

ただし,  $A = TA_c + I, B = TB_c, H = TH_c, C = C_c, D = D_c$  である。また,  $A_{ij}, B_i, C_i, D_i$  を離散時間システムに対応するブロック行列とする。  $v_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij}x_j(k) + H_iw_i(k)$  とおくと, 次と等価になる。

$$x_i(k+1) = A_{ii}x_i(k) + B_iu_i(k) + v_i(k) \quad (80)$$

$$z_i(k) = C_ix_i(k) + D_iu_i(k) \quad (81)$$

この表現を用いると, 全体の電力ネットワークのシステム  $S$  は次のように表すことができる。

$$x(k+1) = A_Dx(k) + Bu(k) + v(k) \quad (82)$$

$$z(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (83)$$

#### 4.3 階層システムの構築

このシステムに対し, Fig. 6 のように階層システムを構築する。このような構造を採用する理由としては, 各サブシステムは隣接するサブシステムのみから影響 (電力潮流) を受けるため, 隣接するサブシステム同士の情報を重複させるのが

自然なためである。

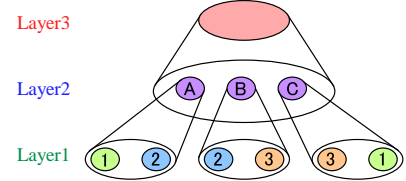


Fig. 6 Structure of The Hierarchical Power Network

図の1層目における番号は各地域に対応している。このシステムは3層で構成され, 一部のサブシステムが重複している。このシステムを数学的に表す。1層目の行列は次のようになる。

$$A_{L1,1} = A_{11}, A_{L1,2} = A_{22}, A_{L1,3} = A_{22}, A_{L1,4} = A_{33}$$

$$B_{L1,1} = B_1, B_{L2,2} = B_2, B_{L1,3} = B_2, B_{L1,4} = B_3$$

$$C_{L1,1} = C_1, C_{L2,2} = C_2, C_{L1,3} = C_2, C_{L1,4} = C_3$$

$$D_{L1,1} = D_1, D_{L2,2} = D_2, D_{L1,3} = D_2, D_{L1,4} = D_3$$

2層目の行列は次のようになる。

$$A_{L2,1} = G_{L2,1}^1 \otimes A_{11} + G_{L2,2}^1 \otimes A_{22},$$

$$A_{L2,2} = G_{L2,3}^1 \otimes A_{22} + G_{L2,4}^1 \otimes A_{33}$$

$$B_{L2,1} = G_{L2,1}^1 \otimes B_1 + G_{L2,2}^1 \otimes B_2,$$

$$B_{L2,2} = G_{L2,3}^1 \otimes B_2 + G_{L2,4}^1 \otimes B_3$$

$$C_{L2,1} = G_{L2,1}^2 \otimes C_1 + G_{L2,2}^2 \otimes C_2,$$

$$C_{L2,2} = G_{L2,3}^2 \otimes C_2 + G_{L2,4}^2 \otimes C_3$$

$$D_{L2,1} = G_{L2,1}^2 \otimes D_1 + G_{L2,2}^2 \otimes D_2,$$

$$D_{L2,2} = G_{L2,3}^2 \otimes D_2 + G_{L2,4}^2 \otimes D_3$$

最上層の行列は次のようになる。

$$\tilde{A} = G_{L3,1}^1 \otimes A_{L2,1} + G_{L3,2}^1 \otimes A_{L2,1}$$

$$\tilde{B} = G_{L3,1}^1 \otimes B_{L2,1} + G_{L3,2}^1 \otimes B_{L2,2}$$

$$\tilde{C} = G_{L3,1}^2 \otimes C_{L2,1} + G_{L3,2}^2 \otimes C_{L2,2}$$

$$\tilde{D} = G_{L3,1}^2 \otimes D_{L2,1} + G_{L3,2}^2 \otimes D_{L2,2}$$

ただし,

$$G_{L2,1}^1 = G_{L2,3}^1 = G_{L2,5}^1 = \text{diag}(1, 0),$$

$$G_{L2,2}^1 = G_{L2,4}^1 = G_{L2,6}^1 = \text{diag}(0, 1)$$

$$G_{L3,1}^1 = \text{diag}(1, 0, 0), G_{L3,2}^1 = \text{diag}(0, 1, 0),$$

$$G_{L3,3}^1 = \text{diag}(0, 0, 1)$$

$$G_{L2,1}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, G_{L2,2}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_{L2,3}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_{L2,4}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G_{L2,5}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, G_{L2,6}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_{L3,1}^2 = \text{diag}(1, 0, 0), G_{L3,2}^2 = \text{diag}(0, 1, 0),$$

$$G_{L3,3}^2 = \text{diag}(0, 0, 1)$$

である. このとき,  $F_1(i, \tilde{n}), F_2(i, \tilde{n})$  は以下ようになる.

$$F_1(1, 3) = \text{diag}(1, 0, 0, 0, 0, 1)$$

$$F_1(2, 3) = \text{diag}(0, 1, 1, 0, 0, 0)$$

$$F_1(3, 3) = \text{diag}(0, 0, 0, 1, 1, 0)$$

$$F_2(1, 3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F_2(2, 3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_2(3, 3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.4 システムの拡大

システム  $\tilde{S}$  がシステム  $S$  の拡大となり, 求める制御則が縮小できるような  $V, U_a, U_b, W$  が存在するか確認する. 次のように  $G_{V_i}, G_{U_i}, G_{W_i}$  を選ぶ.

$$G_{V_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G_{V_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G_{V_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_{U_1} = G_{W_1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_{U_2} = G_{W_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_{U_3} = G_{W_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

このとき, システムの拡大条件を満たすので  $\tilde{S}$  は  $S$  の拡大となり, 制御則を設計し, 縮小することができる.

#### 4.5 分散階層制御器の設計・縮小

制御目的は評価関数  $J$  を最小化することである. 今回は 2 階層目のサブシステムに対応するリカッチ方程式を解き, 制御器を設計することとする. 得られたゲインを  $\tilde{K}_{L2,b}$  とおくとシステム全体では,

$$\tilde{K} = G_{L3,1}^1 \otimes \tilde{K}_{L2,1} + G_{L3,2}^1 \otimes \tilde{K}_{L2,2} + G_{L3,3}^1 \otimes \tilde{K}_{L2,3} \quad (84)$$

となる. 元のシステムに対応するために (72) 式を用いて制御器を縮小する.

#### 4.6 パラメータ設定

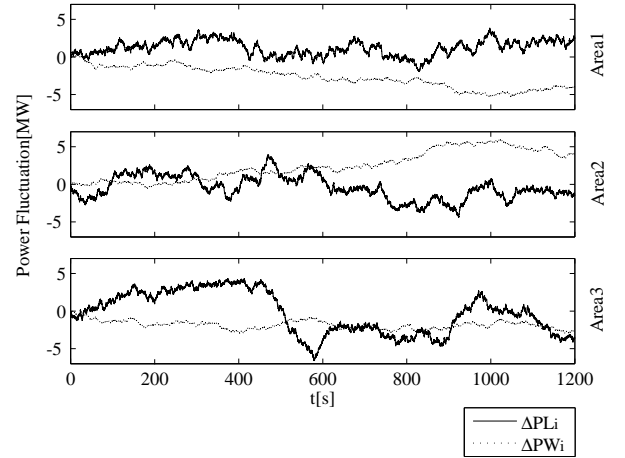
評価関数における設定は,  $C_i = [C_{Qi}; C_{Ri}]$ ,  $D_i = [D_{Qi}; D_{Ri}]$  として,  $C_{Qi} = \text{diag}(10 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ ,  $C_{Ri} =$

$D_{Qi}^T = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{3 \times 7}$ ,  $D_{Ri} = \text{diag}(1 \ 10 \ 10)$  とした. 電力網に関するパラメータは以下のとおりである.

**Table 1** Parameters of Power Network

Sample Time[s]	$T$	0.1
Reference Frequency[Hz]	$f$	50
System Capacity[MW]	$S_i$	50
System Constant	$k_i$	5
Inertia Constant[puMW · s/Hz]	$M_i$	0.21, 0.22, 0.20
Damping Constant[puMW/Hz]	$D_i$	0.25, 0.24, 0.26
Regulation Constant[Hz/puMW]	$R_{gi}$	2.5
Governor Time Constant[s]	$T_{gi}$	0.2
Gas Turbine Constant[s]	$T_{Gi}$	5
BESS Time Constant[s]	$T_{Bi}$	1
HP Time Constant[s]	$T_{Hi}$	1
Synchronising coefficient[puMW]	$T_{ij}$	0.50

負荷変動  $\Delta P_{Li}$  および風力発電出力  $\Delta P_{Wi}$  は Fig. 7 である. ここで, 周波数制御における制御分担のうちガバナフリーと負荷周波数制御を扱うため, 対象周期以外の成分をカットしたものを用いる. 提案制御則を制御入力に加え, シミュレーションを  $t = 1200[s]$  まで行った.



**Fig. 7** Deviation of Load and Wind Power

#### 4.7 シミュレーションによる検証

シミュレーションは MATLAB 2012a の環境で行った. ここでは, 次の 2 項目を検証する.

##### 4.7.1 周波数変動

各地域の周波数変動は Fig. 8 である. 各地域のマイクロガスタービン群, 蓄電池群, ヒートポンプ群の出力変動は Fig. 9 のようになった. Fig. 8 より, 各地域の周波数変動は  $\pm 0.2[\text{Hz}]$  の範囲に収まっているので提案手法を適用した電力網は安定していることがわかる. また, Fig. 9 より各地域の制御可能な電源が発電量を調整し, 周波数を一定に保とうとしているのがわかる. 次に, 分散型の制御則である提案制御手法と文献<sup>2)</sup>の制御手法, および集中型の制御手法を適用した時の  $t = 1200[s]$



における評価関数の値を比較すると Fig. 10 のようになった。提案制御則は従来の文献<sup>2)</sup>の制御手法よりコストの値が小さくなっており、提案手法のほうが性能が良くなっていることが確認できる。

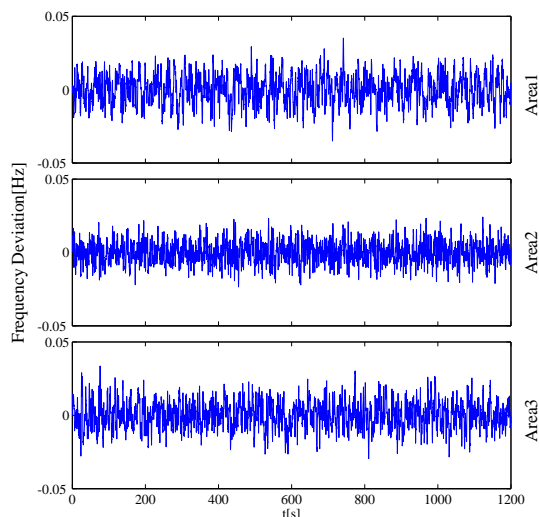


Fig. 8 Frequency Deviation

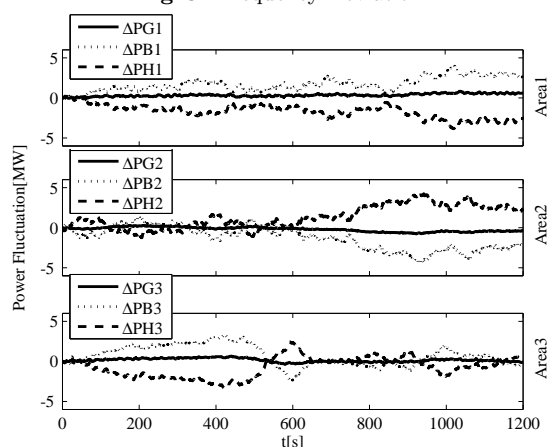


Fig. 9 Generator Outputs

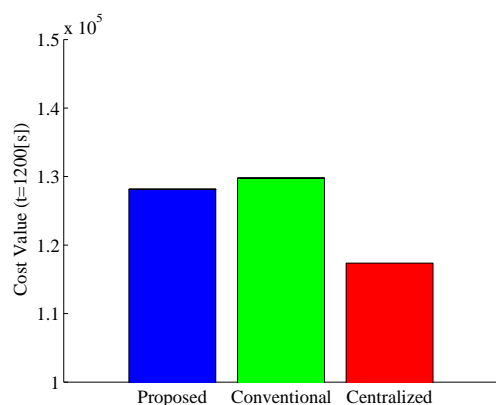


Fig. 10 Cost Value(i)

#### 4.7.2 通信経路の途絶 (分散制御則との比較)

本節ではコントローラからの各地域へ通信が途絶し司令が遮断された場合を考える。Fig. 11 のように、提案手法と分散制御手法において 2 番目の制御器からの通信が  $t = 10[s]$

で途絶えたとする。通信が途絶えたときの入力司令はすべて零になるものとした。ここで比較する分散制御手法は文献<sup>2)</sup>の制御手法とする。

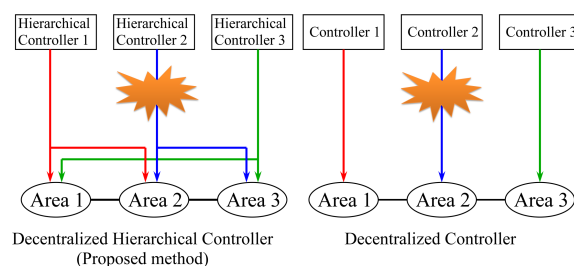


Fig. 11 Communication Blackout

Area 2 における周波数変動は Fig. 12 のようになった。また、1000 ステップ経過した  $t = 300[s]$  のときの各制御則の評価関数の値を比較すると Fig. 13 のようになった。各分散制御手法において、各地域では連系線とガスタービン群のガバナフリー運転によって周波数が保たれているが、従来手法の文献<sup>2)</sup>の制御手法では Area 2 において制御指令は送られておらず、周波数変動が大きくなっている。結果として従来手法では Area 2 の周波数変動が  $\pm 0.2[Hz]$  の範囲を逸脱しており停電や事故が起こりやすい状態となっている。評価関数の値を比較すると提案手法の値が従来手法の値の半分以下となっており、提案手法が有効であることがわかる。これらの結果より、提案手法は  $t = 10[s]$  以降も分散制御手法よりも性能がよく、電力網を安定にしていることがわかる。提案手法はサブシステムを重複して制御器を構成するので一つの制御器からの司令が途絶しても安全に電力ネットワークの運用ができる。したがって、安定運用が重要視される電力ネットワークにおいては提案手法が有効であると考えられる。

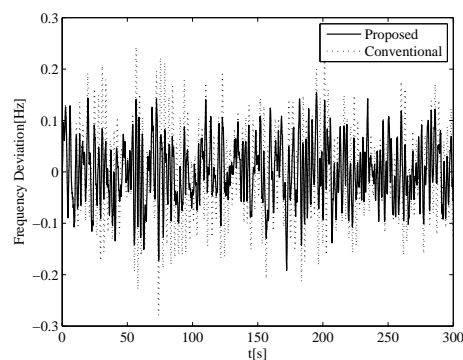


Fig. 12 Area 2 Frequency Deviation

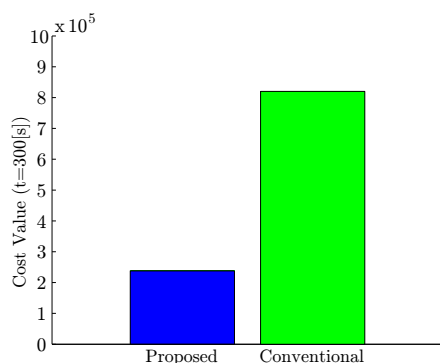


Fig. 13 Cost Value(ii)

## 5. おわりに

本稿では重複情報を用いた電力ネットワークの分散階層制御を提案した。この手法は先の手法では考慮していなかったサブシステムの数やサブシステム間の関係性や通信途絶などの異常を考えたものである。提案する分散階層制御器は3つの段階を経て設計した。まず、電力ネットワーク全体を関係性が明確になるように状態や入力を含むサブシステムで階層的に構築した。このシステムでは、ある階層でサブシステムが重複している。次に、構成した階層システムが元のシステムと対応関係にあることを確認した。その対応関係は元のシステムと構成した階層システムの対応する状態・評価出力の遷移が同じになるという関係である。最後に、階層システムに対する分散階層制御器を設計し、元のシステムに対応するように制御器を縮小した。そして、風力発電、ガスタービン、ヒートポンプ、蓄電池といった分散型電源を導入した電力ネットワークの周波数制御問題に対し提案手法を適用した。提案手法を適用した電力ネットワークは周波数が基準以内に収まっており、安定化できていることを示した。また、提案手法、集中制御手法および従来の分散制御手法のそれぞれを電力ネットワークに適用した場合を評価関数の値によって比較し、分散制御手法における提案手法の有効性を示した。さらに、提案手法と従来の分散制御手法を適用した電力ネットワークにおいてある制御器からの指令が途絶した場合を検証し、コスト関数の値と周波数の変動の比較から提案手法が通信途絶などの異常に強いことを示した。

## 参考文献

- 1) Y.C.Ho and K.C.Chu, Team Decision Theory and Information Structures in Optimal Control Problems-Part I, IEEE Transactions on Automatic Control, **AC-17**-1, 15/22 (1972)
- 2) M.Ikeda, D.D.Siljak, D.E.White, Decentralized Control with Overlapping Information Sets, Journal of optimization theory and Applications, **34**-2, 280/310 (1981)
- 3) C.E.Fosha and O.I.Elgerd, The Megawatt-Frequency Control Problem: A New Approach Via Optimal Control Theory, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, **PAS-89**-4, 563/578 (1970)

- 4) 入江, 横山, 多田, 大容量風力発電導入時における需要家ヒートポンプ給湯器と蓄電池の協調による系統周波数制御, 電気学会論文誌B, **130**-3, 338/346 (2010)
- 5) J.R.Pillai, B.Bak-Jensen, Integration of Vehicle-to-Grid in the Western Danish Power System, IEEE Transactions on Sustainable Energy, **2**-1, 12/19 (2011)
- 6) T.Namerikawa, T.Kato, Distributed Load Frequency Control of Electrical Power Networks via Iterative Gradient Methods, IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, 7723/7728 (2011)
- 7) R.M.Hermans, M.Lazar, A.Jokic, Distributed Predictive Control of 7-Machine CIGRE Power System, Proceedings of American Control Conference, 5225/5230, (2011)
- 8) 滑川徹, スマートグリッドのための分散予測制御, 計測と制御, **51**-1, 62/68 (2012)
- 9) 吉岡, 椿野, 原, 代数的手法に基づいた大規模動的システムに対する階層化制御器設計, 第11回制御部門大会 (2011)
- 10) T.Ishizaki, Y.Sakai, K.Kashima and J.Imura, Hierarchical Decentralized Observer Design for Linearly Coupled Network Systems, IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, 7831/7836 (2011)
- 11) 片山, 阪口, 植田, 竹中, 武田, 西, 永原, 畑中, 滑川, エネルギー管理システム構築に向けた学理融合展開 -学界の境界を越えて-, 第55回自動制御連合講演会, 546/550 (2012)
- 12) N.Motee, A.Jadbabaie B.Bamieh, On Decentralized Optimal Control and Information Structures, American Control Conference, 4985/4990 (2008)

## [著者紹介]

### 末 廣 友 晴

2011年慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科卒業。同年同大学大学院理工学研究科総合デザイン工学専攻に入学。

### 増 井 健 治

2013年慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科卒業。同年同大学大学院理工学研究科総合デザイン工学専攻に入学。

### 滑 川 徹 (正会員)

1994年金沢大学大学院自然科学研究科システム科学専攻博士課程中退。同年金沢大学工学部電気・情報工学科助手。同講師を経て2002年長岡技術科学大学機械系助教授。2006年金沢大学大学院自然科学研究科電子情報科学専攻助教授を経て2007年同大学理工学研究域電子情報学系准教授。2009年より慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科准教授となり現在に至る。ロバスト制御理論, 分散協調制御理論とそのロボティクス応用に関する研究に従事。博士(工学)。システム制御情報学会, IEEEなどの会員。